

原子核多体問題における対相関の新たな数理手法： パフィアンとグラスマン代数を使って

大井万紀人 〈専修大学自然科学研究所〉

水崎高浩* 〈専修大学自然科学研究所〉

フェルミ粒子からなる有限量子多体系には、無限系には見られない独特の物理がある。その代表的な例に原子核がある。原子核を有限個の核子（陽子と中性子）多体系として捉えた核構造物理は、多くの物理学者の興味を惹いてきた。そこで使われる方法は、金属クラスターや極低温原子気体のボース凝縮など、他の有限量子多体系を研究する際の雛形としても応用された。逆に、他の多体系での研究成果が核構造物理に導入されて成果を上げた場合もある。例えば、対相関によってできたクーパー対が凝縮して超伝導をもたらすのと同様に、原子核でも核子の対凝縮を考えると、原子核の「超流動性」やそれに関連する現象を説明できることが判った。原子核の回転（角運動量）が、超伝導現象における磁場と同様の役割を持ち、角運動量の変化に対応して原子核は「有限系の相転移」（クロスオーバー）に相当する様々な現象を見せるのである。

原子核の形状が球形からずれる「核変形」が起き得ることは、原子核の回転に対応する励起状態の電磁スペクトル（回転バンド）—球形であればこれは存在しない—の発見によって実験的に確認され、さらに状態間の電磁遷移から非零値の四重極モーメントがあることも突き止められた。ラグビーボール形（四重極変形）や洋梨形（八重極変形）への変形機構は平均場近似により記述することはできたが、慣性能率が理論的予測と実験とで大きくずれるという定量的な問題が残った。これを解決したのが上述の対相関の導入であり、原子核が「超流動性」を持てば、観測される慣性能率が説明できることが示された。超伝導の物理で考案されたBCS理論が原子核に適用さ

れた訳である。その後、核変形と対相関を同時に取り扱える平均場法としてハートレー・フォック・ボゴリウボフ（HFB）理論が考案され、定量的にも成功を収めた。

核構造の研究が進むにつれ、平均場近似を超える多体相関を取り込む手法の開発が核構造理論の1つの主題となってきた。例えば、異なる平均場状態を量子力学的に重ね合わせる「生成座標法」が提案され、そこから角運動量射影法などが派生した。高励起状態の核構造の記述にあたり、角運動量射影法は平均場近似を超える量子多体理論として有望視されていたが、HFB状態の重ね合わせに必要な、相異なる状態のオーバーラップの位相が簡単に導出できないという困難が出てきた。この問題は核回転などに起因する時間反転対称性の破れと関連したもので、高スピン状態の記述で顕著となることが判ったものの、本質的な解決には至らなかった。

ところが、最近、この問題を解決するオーバーラップ計算の新しい公式が見出された。このブレイクスルーを可能としたのが、フェルミオンコヒーレント状態（FCS）とそれに付随するグラスマン代数の原子核多体問題への応用であった。この手法により導かれた新公式はパフィアンで表される。

著者らはFCSとグラスマン代数の適用をさらに進め、ウィックの定理として知られる多体演算子の遷移行列要素の計算法を一般化し、しかもよりコンパクトな公式の導出に成功した。パフィアンの積で表されるこの新公式により、角運動量射影を用いた核構造や核子有限系の相転移の研究が更に前進することを期待している。

—Keywords—

対凝縮：

原子核において、核子の間に働く力の引力成分は核子対の形成を促す。特に、全角運動量がゼロである核子対は、波動関数の重なりが大きいため安定し、クーパー対と同様に複合粒子としてボソンに似た性質を持ち、凝縮を起こし、原子核に超流動性を持たせる。これを原子核における対凝縮と呼ぶ。

角運動量射影：

原子核が変形し、回転や振動等の励起モードを発生して回転対称性を回復する現象は、自発的対称性の破れとその回復の一側である。色々な方向に変形した原子核における平均場解の重ね合わせから、角運動量の固有状態を抽出し、観測にかかる状態を得ることを角運動量射影法という。

パフィアン (Pfaffian)：

任意の反対称行列に対して定義される、行列式の「平方根」にあたる量であり、行列を A とすると

$$\text{Pf}(A)^2 = \det(A)$$

という恒等式が成立する。例えば、行列要素が a_{ij} である 4×4 行列 A について、そのパフィアンを書くと、

$$\text{Pf}(A) = a_{12}a_{34} - a_{13}a_{24} + a_{14}a_{23}$$

となる。また、グラスマン代数やウィックの定理とも深い関係がある。

* 編集委員が著者に含まれておりますが、このような場合、会誌編集委員会では別の委員を担当編集委員に選び、記事の審査の公正さを保つという内規に従っております。