

# 非局所性と大域性に支配されるプラズマ乱流

Keyword: 熱源駆動系の乱流と分布形成

## 1. 非平衡・開放系における分布形成と緩和

荷電粒子多体系であるプラズマは、電場や磁場と相互作用する自由度を通して多彩な構造やダイナミクスを創出する。この性質を利用して散逸の微小な高温プラズマを有限空間に“閉じ込める”ことにより核融合反応を起こす試みが進んでいる。この閉じ込めプラズマは、外部から流入したエネルギーが、有限空間の輸送を通して再び外部に流出することによって準定常に維持される非平衡・開放系であり、そこで創出される様々な時空間スケールの分布形成や緩和過程がプラズマの性質を決める。本稿では、トーラス型の磁場閉じ込め装置であるトカマクを例に、エネルギーの入出力のあるプラズマの全領域を扱うジャイロ運動論シミュレーションで初めて見えてきた乱流の非局所性や大域性が、プラズマに与える影響と役割について紹介する。

## 2. トーラス系プラズマの閉じ込めと異常輸送

トカマクは、トロイダル方向 ( $\varphi$ ) の磁場  $B_T$  とポロイダル方向 ( $\theta$ ) の磁場  $B_p$  から成るらせん状の磁力線  $\mathbf{B}$  でトーラス面 (磁気面) を形成し、その無限の集合体として系を構成する (図1左)。荷電粒子は磁力線に沿って自由に運動する一方、径方向 ( $r$ ) の運動は束縛されることから、プラズマは非等方性を持った準2次元構造を持つ。<sup>1)</sup> これは鉛直方向が重力に束縛された惑星表面の大気運動と類似している。この閉じ込めプラズマは、温度・密度に勾配があることから、それが熱力学的力  $\mathbf{X}$  となって粒子・熱・運動量などの流れ  $\mathbf{F}$  が駆動される。この流れ  $\mathbf{F}$  によって、中心から流入したエネルギーが周辺に輸送され、流出することで分布が準定常的に維持される (図1右)。

この輸送が荷電粒子のCoulomb散乱で記述されれば、 $\mathbf{F}$  と  $\mathbf{X}$  の関係は線形になり、輸送行列を  $\mathbf{M}$  として  $\mathbf{F} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}$  (Fick則) で表現される。しかし、実験はこれを大きく上回り、拡散係数  $D$  が温度とともに増大するBohm拡散と呼ばれる特性 ( $D \propto T/eB$ ) を示す。これは勾配が自由エネルギー源となって電場や磁場の揺らぎ (固有モード) が発生し、これが乱流に発展して対流的な輸送を引き起こすことによるものであり、異常輸送と呼ばれる。<sup>1)</sup> これをFick則で表現しようとすれば  $\mathbf{M}$  に  $\mathbf{X}$  が含まれたり、輸送の一価性が破れたりする。これは、輸送が非線形性の高い非局所

的な特性を有していることを意味する。さらに、加熱しても温度・密度が変化しにくい分布の硬直性や周辺の変化が中心に瞬時に伝わる事象の同時性など、局所モデルでは説明が困難な大域的な特性が観測されている。<sup>2)</sup> これらは核融合が困難な要因の一つであるが、現在では、周辺領域の閉じ込め改善現象や内部に急峻な勾配が形成される現象が発見され、高い閉じ込め状態が可能になっている。<sup>3)</sup> しかし、上述の非局所性や大域性に関わる現象は十分な理解には至っていない。これは、考えている系が外部とエネルギーの授受のある非平衡・開放系であり、この制約下でミクロな乱流輸送とマクロな分布形成を自己無撞着に解くことは理論的にも数値計算的にも容易でないことによる。

## 3. 揺らぎの階層構造と2次揺らぎ

プラズマ中の揺らぎの構造のミクロな指標は荷電粒子のジャイロ半径  $\rho_o$  ( $\sigma$ : 電子とイオン) であり、マクロな指標は装置サイズやプラズマのスケール長である ( $\sim L$ )。揺らぎの波長は、磁力線に沿っては装置サイズ程度になるが、径方向にはジャイロ運動と装置サイズのドリフト運動の結合によって両者の幾何平均 ( $\rho_o L$ )<sup>1/2</sup> 程度となる。<sup>4)</sup> 図2(b)は揺らぎの分布をポロイダル面内の波数空間で示したものであり、電子系とイオン系の揺らぎがほぼ対角線上に分布する。また、マクロな電磁流体学 (MHD) 的な揺らぎも発生し、プラズマの安定性や輸送に影響を与える。さらに、これらの1次揺らぎの非線形相互作用 (変調不安定性など) の結果、径方向には1次揺らぎと同程度の波長で、磁気面上では一様な、帯状流と呼ばれる“流れ”が生成される (図2中)。この流れは時定数が長く、シア効果で乱流を抑制する作用がある。<sup>5)</sup> 閉じ込めプラズマ中の揺らぎは、帯状流や平衡流を含め、4~5桁にわたる階層構造をなしている。

## 4. 非平衡・開放系でのエントロピー密度方程式

図1右のような非平衡・開放系での大域的な分布形成や緩和現象を考えると、空間の微分演算を残した Boltzmann のエントロピー密度 ( $s = -f \ln f$ ) に基づいて考察すると分かりやすい。今、径方向を  $x$  座標としたスラブ配位を考え、系を記述するジャイロ運動中心の5次元速度分布関数を  $f(r, v_{\parallel}, \mu)$  とする。 $v_{\parallel}$  は磁力線方向速度、 $\mu$  は

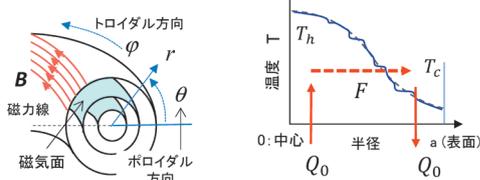


図1 左図: トカマクプラズマの磁場構造。右図: エネルギーの入出力 ( $Q_0$ ) のある系での大域的な温度分布と輸送。

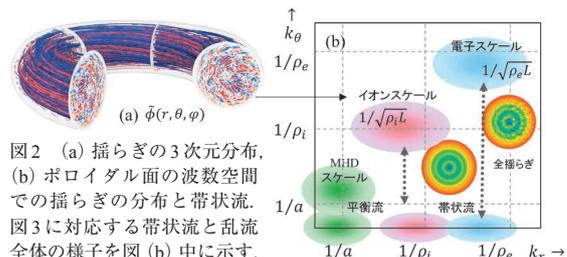


図2 (a) 揺らぎの3次元分布、(b) ポロイダル面の波数空間での揺らぎの分布と帯状流。図3に対応する帯状流と乱流全体の様子を図 (b) 中に示す。

磁気モーメントである。\$f\$を平衡部と揺動部に分けると (\$f=f\_0+\delta f\$), エントロピー密度 \$s\$ は, 熱力学エントロピーに対応する1次量 \$s^{(1)}=-\delta f(1+\ln f\_0)\$ と位相空間の微細構造 (clump) に対応する2次量 \$s^{(2)}=-\delta f^2/2f\_0\$ に分離される。以下は1次量 \$s^{(1)}\$ に対するエントロピー密度方程式である。<sup>6)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} \int s^{(1)} dZ^4 + \frac{\partial}{\partial x} \int v_{xs}^{(1)} dZ^4 = G(x). \quad (1)$$

ここで, \$dZ^4=dydzdv\_\parallel d\mu\$, \$v\_x\$ は揺らぎによる \$x\$ 方向速度, \$G(x) \equiv (\delta Q/T - \delta U)/2L\_T\$ において, \$\delta Q\$ は熱流束, \$\delta U\$ は粒子束である。式(1)において, 左辺の第1項と2項は局所的な熱力学エントロピーの変化率とその発散に対応し, 右辺の \$G\$ は, 輸送による分布形成・緩和に伴う正味のエントロピーの増減を表す。すなわち, 熱流束 \$\delta Q\$ は不可逆過程としてエントロピーを増加させるが, 粒子束 \$\delta U\$ は, 径電場 \$E\_r\$ を通して帯状流を生成して熱流束を抑制するなど, エントロピーを減少させる要因を持つ。\$G\$ はこの両者の効果を含んでいる。式(1)左辺はエントロピーが空間を伝播・移流することを示すが, この過程で \$G\$ がソース項となり, 正味のエントロピーが生成される。

一方, 図1右のようなエネルギーの入出力のある非平衡・開放系を考えると, 式(1)を中心から表面まで空間に関して積分すると分かりやすい。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_0^a s^{(1)} dZ^4 dx = \int_0^a G(x) dx + \frac{1}{2} \left( \frac{Q_0}{T_h} - \frac{Q_0}{T_c} \right), \quad (2)$$

式(2)右辺第2項はエネルギーの流入・流出による熱力学的なエントロピー変化率を表す。エネルギーが高温側で流入し, 低温側で流出すると, 系全体のエントロピーは低下する。これが系に課せられた条件となり, この制約の下で分布形成・緩和が進展する。興味深いことに, 右辺第1項は, その反作用として2次のエントロピー方程式の駆動項となり (式(1)右辺に対応する項が \$-G\$ となる), 位相空間に微細構造を生成してエントロピーを減少させる。つまり, 熱源で駆動される輸送は, 実空間にマクロな分布形成・緩和をもたらすだけでなく, 位相空間にミクロな微細構造ももたらす。また, この微細構造は, 式(1)左辺と同様, 空間を伝播・移流することができる。これは, 乱流そのものが径方向に伝播・移流することを意味し, 流体モデルや局所モデルでは記述できない効果である。<sup>5)</sup> このように, 非平衡・開放系ではエネルギーの輸送経路が複数あることから, 輸送過程で豊富な構造やダイナミクスが創出される可能性を示唆している。

### 5. 熱源駆動系の大域的な乱流輸送と分布形成

図2(a)は, 図1に対応したイオン加熱によって駆動された乱流による非平衡・開放系での分布形成の運動論シミュレーションを示している。<sup>7)</sup> 乱流は, 磁力線に沿っては長波長構造を, ポロイダル面内ではトラス外側に伸長した様々なサイズの渦構造を示し, 生成・消滅を繰り返す。サイズがプラズマのスケール長に及ぶ大域的なものも見られる。さらに, 平衡流や帯状流も生成され, 揺らぎは大域的な流れの周りに大小様々の対流渦が埋め込まれた階層構造を成している (図2(b)中)。

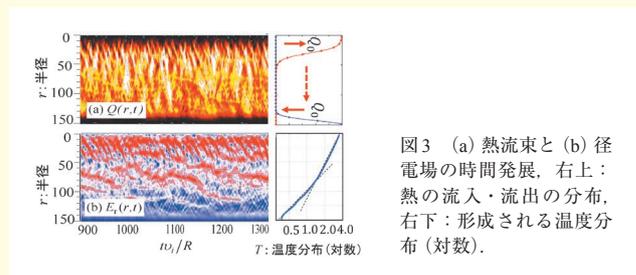


図3 (a)熱流束と(b)径電場の時間発展, 右上: 熱の流入・流出の分布, 右下: 形成される温度分布 (対数).

図3(a)は熱流速 \$Q(r,t)\$, (b)は帯状流や平衡流に対応する径電場 \$E\_r(r,t)\$ の時間発展を示し, バーストを伴った非拡散的な熱輸送が間欠的に発生する。バーストは大域的な乱流構造の出現によるが (図2(a)), 帯状流によって短時間で分断される。また, ある場所で発生したバーストが空間的に伝播したり, 異なった場所で別のバーストを引き起こしたりする雪崩現象も見られる。また, それらが群発的に発生したり, それに連動して径電場が長周期で伝播したり変動したりする様子も見られる。これらは式(1)におけるエントロピーの空間伝播・移流による効果も含まれ, 分布にエントロピーの減少に対応する微細な階段状の構造も出現する。

興味深いのは, このような大域構造を伴った間欠的な輸送は分布形成に強い制約を与える点である。図3右下は形成されるイオン温度分布を対数軸で示している。温度分布は半径の中心付近でスケール長に折れ曲がり点を持つ指数関数 \$T\_i(r) \sim \exp(-r/L\_T)\$ で与えられ, 加熱入力が増減しても関数形状は変化を受けにくく, 強い硬直性を示している。異常輸送の特徴である分布の硬直性や事象の同時性の解明の糸口になることが期待される。<sup>4,7)</sup>

### 6. 多階層・複合系としての閉じ込めプラズマ

閉じ込めプラズマの輸送は想像を上回って多様であり, 非局所性や大域性が重要な役割を果たしている。これは, プラズマの輸送過程が, 外部とエントロピーの授受のある非平衡・開放系として, 位相空間における幅広い時空間スケールの素過程が空間次元を通して相互に結合した多階層・複合系としての特性を有していることを示している。近年のスーパーコンピュータの発展は, これらを解決する手段として重要な役割を果たす。本稿で触れられなかった, スーパーコンピュータによるシミュレーション結果や宇宙プラズマとの関連についての話題が本誌掲載の特集でも解説されているので, 併せてお読みいただきたい。

#### 参考文献

- 1) A. Hasegawa and K. Mima, Phys. Fluids **21**, 87 (1978).
- 2) X. Garbet et al., Plasma Phys. Control. Fusion **46**, 1352 (2004).
- 3) K. Ida and T. Fujita, Plasma Phys. Control. Fusion **60**, 033001 (2018).
- 4) Y. Kishimoto et al., Phys. Plasmas **3**, 1289 (1996).
- 5) P. Diamond et al., Plasma Phys. Control. Fusion **47**, R35 (2005).
- 6) K. Imadera et al., Plasma Fusion Res. **5**, 019 (2010).
- 7) W. Wang et al., Nucl. Fusion **58**, 056005 (2018).

岸本泰明 (京都大学大学院エネルギー科学研究科  
 kishimoto@energy.kyoto-u.ac.jp)

(2018年4月10日原稿受付)