

1. はじめに

2015年は、アインシュタインが一般相対性理論を完成させてから100周年であったが、その記念すべき年に花を添えるように、重力波の初観測のニュースが飛び込んできた。2015年9月14日と2015年12月26日(いずれも協定世界時)に、アメリカの2台のLIGO検出器が、ブラックホール連星合体に伴う重力波を観測したのである。¹⁾ 日付からそれぞれの重力波にはGW150914, GW151226という名前がつけられた。これらの発見は、重力波の初観測、ブラックホール連星の初観測、30倍太陽質量ブラックホールの初観測など、物理学と天文学の両方にとって極めて重要な影響を与えている。この初観測を実現させた要素としてまず忘れてならないのは、レーザー干渉計による究極の微小変位計測技術である。初観測で測定された微小な歪み変位は4 kmの2本のレーザー干渉計の腕の長さが相対的に比率で 10^{-21} だけ変化する大きさであり、つまり 4×10^{-18} mの微小な変位が測定されたのである。重力波の初観測は、人間がこのような微小な変位を測定できることを実証したのであった。初観測を支えた別の重要な要素としてはデータ解析技術がある。重力波が引き起こす微小な変位は、強い信号であってもそれより遙かに大きな雑音に埋もれている。従って、雑音の中から欲しい信号を取り出すデータ解析が極めて重要な役割を果たす。本稿では、重力波の初観測に重要な役割を果たした重力波のデータ解析に焦点を当て解説する。

2. レーザー干渉計

重力波を観測したアメリカのLIGOは、ワシントン州ハンフォードとルイジアナ州リビングストンに1台ずつ、計2台の検出器からなる。また、ヨーロッパではイタリア・ピサ近郊にVirgo検出器が建設されており、日本の岐阜県飛騨市神岡町の神岡鉦山の山中にはKAGRA検出器がある。これらはすべて、マイケルソン型レーザー干渉計を原型としており、重力波の伝搬によって生じる時空のひずみを、L字型の2つの腕を伝搬して戻ってくるレーザー光の位相差によって検出する。LIGOの腕の長さは4 km、VirgoとKAGRAは3 kmであるが、100 Hzの重力波を検出するための最適な腕の長さは750 kmであるため、両方の腕に光共振器(ファブリ・ペロー共振器)を構成し、実効的な光路長を伸ばして重力波に対する感度を上げている。マイケルソン干渉計の出力側の光の変動は光検出器によって検出され、デジタル信号に変換され、較正されて、データ解析パイプラインに渡される。地上レーザー干渉計型検出器は、おおよそ10 Hzから数kHzの周波数帯に感度帯域を持ち、100 Hz付近が最も感度が良い。この感度帯域が、対象となる重力波源の種類を決めることになる。

3. 重力波源

重力波源をデータ解析の観点から分類すると、まず重要

なのは発生する重力波波形の理論的計算が精度良くできているかどうかである。また、重力波信号の継続時間も重要である。継続時間がおおよそ30分以下の場合、地球の自転の影響は無視できるが、それ以上の場合には地球の自転によるドップラー効果や到来時刻が変化する影響が無視できなくなる。更に長時間継続する場合は検出器からみた方向の変化による受信する振幅の変化や地球の公転運動の効果も無視できなくなる。これらの効果は、重力波源の方向によって変わるため、重力波源の方向毎に解析しなければならなくなり、計算量が増大する。長時間継続する重力波は、通常連続重力波と呼ばれる。

このほかに、確率論的背景重力波というものもあるが、紙幅の都合上、本稿では割愛する。

4. データ解析方法

前節の重力波源の特徴に応じて、その重力波信号探索の方法は異なるが、全てに共通する概念は存在する。1台のレーザー干渉計からのデータは、あるサンプリングレートによって記録された1次元の時系列データである。レーザー干渉計が N 台あればデータも N 個利用できる。これを $\mathbf{x}(t_i) = (x_1(t_i), x_2(t_i), \dots, x_N(t_i))$ とする。また、 $t_i (i=1, \dots, M)$, ($M > 0$ は整数)、はサンプリングの時刻である。それらのデータから、適当な演算を経て重力波検出のためのある量 X を計算する。この量のことを信号検出のための統計量という意味で、検出統計量と呼ぶ。検出統計量は一意には決まらず、様々なものが考えられるが、その中でできるだけ良いものを選ぶことが重要である。その1つの基準は、データに重力波信号があるときとないときで、違いがはっきりと出るかどうかである。ある検出統計量 X を決めたとして、 X が大きな値であるほど重力波信号が存在する確率が高いとする。従って、 X にある閾値を設定し、閾値以上の値の場合は信号が存在すると判断する。しかし、 X が大きい場合でも、信号が存在しない可能性も確率的にはある。信号が存在する場合に正しく信号が存在すると判断する確率を検出確率と呼び、信号が存在しないのに誤って信号が存在すると判断する確率を誤警報確率と呼ぶ。このような場合、検出統計量の信号検出能力の違いを定量的に表すものとして、Receiver Operating Characteristic (ROC) 曲線がある。これは、横軸を誤警報確率、縦軸を検出確率として閾値をパラメータとして変化させた際に描かれる曲線である。

図1に典型的なROC曲線を示す。このように、一般に誤警報確率が高ければ検出確率も高くなり、逆に誤警報確率が低ければ検出確率は低くなる。ROC曲線においては、重力波信号の振幅の大きさが大きければ、同じ誤警報確率に対して検出確率は当然高くなる。一方、同じ重力波信号に対して、異なる検出統計量によるROC曲線を書くことで、それらの性能を比較することが可能となる。当然ながら、誤警報確率が同じ場合は、検出確率が高いものが優れた検出統計量であると言える。

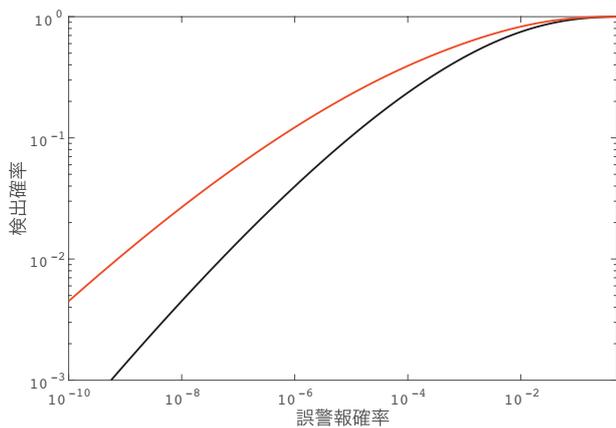


図1 ROC曲線の例. 黒線と赤線はそれぞれ同じ信号とデータに対するROC曲線である. この場合は, 検出確率が高い赤線が表す検出統計量が優れていると言える.

できるだけ高い検出確率を得る方法として一般的にも重力波データ解析でも広く使われているのは, 尤度比を検出統計量とする最尤法である. データに信号 h が含まれるときにデータ x を得る条件付き確率を $p(x|h)$, 信号が含まれないときにデータ x を得る条件付き確率を $p(x|0)$ とすると, 尤度比 Λ は, $\Lambda = p(x|h)/p(x|0)$ として定義される. 検出器が複数あっても, この定義から1つの尤度比を定義することができる. また, 重力波信号は一般的にはいくつかのパラメータによって記述されるため, 最尤法によりパラメータを推定することになる. 短時間の信号の場合は, 一定間隔の時間毎に, 長時間信号の場合は周波数毎に最大の尤度比が計算できる. このように計算された尤度比の, パラメータ空間と時間あるいは周波数空間での極大値が, 事前に設定した閾値を超えるならばこれが重力波イベント候補となる. これをトリガーと呼ぼう. 極大値は一般に雑音によってはたくさん発生するため, トリガーは多数見つかるが, 各トリガーが真の信号であるかどうかは, 雑音のみによるトリガーの分布と比較することでその有意さが判断される.

統計学では, 与えられた誤警報確率の下で最大の検出確率を得るための判断基準として, ネイマン・ピアソンの基準というものがある. これは, データ中に存在する信号が一意に決まっている場合, 尤度比が最適な方法であることを示しており, 最尤法のよりどころとなっている. しかしながら, 実際の重力波解析では原義的な最尤法を用いることは難しい. 例えば, 原義的な最尤法が計算コスト的に困難である状況がある. また, 尤度比の定義においては信号を含まないデータ, つまり雑音の正確な確率分布を用いる必要があるが, 一般的にレーザー干渉計データは非ガウス性を示すことが知られており, またその確率分布が簡単な表式で求められるとは限らない. 従って, 原義的な最尤法を使うことはやめて, 雑音がガウス分布である場合の尤度比をそのまま検出統計量として用いる解析が広く行われている. そのような解析は, 最適な検出確率を与えるとは

限らないので, 検出確率の向上のために補助的な統計量を計算して補っている. また, レーザー干渉計型重力波検出器においては, レーザー干渉計の状態を表すデータや, 検出器周辺の環境センサーのデータ, 制御系計算機のデータなどが約20万個存在し, 常時干渉計の状態がモニターされており, それらの情報も活用して雑音によるトリガーを除去し, 検出確率の向上を図る努力もされている.

5. コンパクト連星合体重力波

5.1 重力波の特徴

継続時間が短く, 重力波波形の理論計算が精度良くできている重力波源の代表格としては, 合体するコンパクト星連星からの重力波がある. コンパクト星とはブラックホールや中性子星のことであり, ブラックホール連星合体であったLIGOの最初の2つのイベントもこのカテゴリーに含まれる. コンパクト連星合体からの重力波は, 星が互いを公転運動しながら重力波を放出する段階(インスパイラル期), 連星が合体する段階(合体期), そして合体後に分けられる. インスパイラル期の波形は, 一般相対性理論の近似手法であるポストニュートニアン(Post-Newtonian, PN)近似によって計算されている.²⁾ PN近似は, 重力場が弱く運動の速度が光速に比べて遅いときに成り立つ近似であり, 運動の速度を v とすると, v/c (c は光速)で近似が特徴づけられる. 合体前までの段階については, PN近似による波形は非常に精度が良い. しかし, 合体直前には連星の速度は光速の約40%に達し, PN近似の精度は悪くなる. また, 星の広がりによる潮汐効果も無視できなくなる. この合体期の重力波の計算は一般相対性理論の基礎方程式である, アインシュタイン方程式を数値的に解く, 数値相対論的シミュレーションが必要になる.

ブラックホール連星の合体の数値相対論的シミュレーションは, 2005年に3グループが合体シミュレーションに成功したことをきっかけに急速に発達し,³⁾ 質量比や自転角運動量について広いパラメータ領域がカバーされてきた. しかし, インスパイラル期から合体後まで長時間にわたって精度良くシミュレーションを行うことは現在でも困難である. また, 1つのシミュレーションを実行するのにも時間がかかるので, データ解析に用いるために, インスパイラル期の最終段階から合体後までをカバーするある種のフィッティング公式やモデル波形が作られている. ブラックホール連星の合体後には1つのブラックホールが形成され, その際にはブラックホールの準固有振動という, ブラックホールの質量と角運動量で決まる振動数と減衰率を持つ振動が励起され, それによる重力波が放出され, 急激に重力波の放出は終了する. 以上のフィッティング公式やモデル波形には, このようなブラックホールの準固有振動重力波も表されている.

中性子星連星の合体期の重力波も数値相対論的シミュレーションにより研究されている. 中性子星の物理におい

て最も重要な課題の1つは状態方程式の決定である。中性子星の状態方程式は原子核物理学によって研究されているが、まだよく分かっていない。状態方程式は中性子星の質量と半径の係数に影響を与えるため、合体直前の潮汐効果や、合体後にできる大質量中性子星から放出される重力波の振動数に影響を与えることが示唆されている。もし中性子星連星合体重力波に現れるこのような効果を、データ解析によって抜き出すことができれば、状態方程式に制限をつけることができるかも知れない。

5.2 コンパクト連星合体重力波のデータ解析

以上のように波形が理論的に計算されているコンパクト連星合体重力波の探索においては、理論波形と同じ信号がデータに存在しているかどうかを探ることになる。重力波のデータ解析で最も有名な Matched Filter は理論波形をテンプレートとして、データとの相関を次のような形で計算する。

$$\rho = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}(f) \tilde{h}^*(f)}{S_n(|f|)} df. \quad (1)$$

ここで、 f は周波数、 $\tilde{x}(f)$ は検出器からの時系列データ $x(t)$ のフーリエ変換、 $\tilde{h}(f)$ は理論的に計算されているテンプレート $h(t)$ のフーリエ変換、 $*$ は複素共役、 $S_n(f)$ は検出器ノイズの片側ノイズパワースペクトル密度である。テンプレートは一般に様々なパラメータに依存しておりどのパラメータ値の信号が到来するかは分からない。データ $\tilde{x}(f)$ とテンプレート $\tilde{h}(f)$ が似ているほど ρ は大きな値をとると期待されるので、データ解析ではテンプレートの様々なパラメータ値について ρ を計算し、最大の ρ を与えるパラメータ値を探す。そのパラメータ値が、データに含まれる重力波信号を表しているとする。テンプレートのパラメータ値は、パラメータ空間内にまんべんなく配置される。 ρ が計算されるパラメータ値同士の間隔は、もし外れたパラメータ値に重力波信号が存在したとしても、 ρ があまり減少しないように決められる。良く用いられる基準は ρ の減少率が3%以下になるようにするというものである。それにより調べるべきテンプレートのパラメータ値の個数は、検出器のノイズパワースペクトル密度に依存し、連星の2つの質量パラメータだけを考える場合でも数十万個の値を調べる必要がある。自転角運動量も考える場合には更に増える。LIGO の Matched Filter 解析では、千コア程度のコンピュータを用いて解析を行っている。

例として、レーザー干渉計を想定したシミュレーション雑音にブラックホール連星合体信号を加えたデータを用意し、Matched Filter を行ってみる。図2の上図には赤線で加えられている信号も表示してあるが、時系列データとして表示するとノイズに比べて信号が非常に小さいことが分かる。しかし、これに対して Matched Filter 解析を行うと、加えられた信号を持つ合体時刻付近に平均から大きく卓越した ρ の値が発生していることが見て取れる。

この Matched Filter であるが、検出器の雑音が定常ガウ

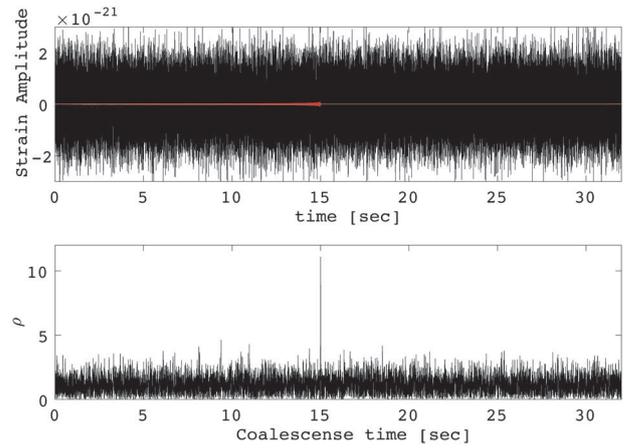


図2 上図：中心の赤線は、 $\rho=10$ となるように規格化された、10倍太陽質量のブラックホール連星合体重力波信号。信号の開始周波数は15 Hzで合体時刻は15秒に設定されている。信号継続時間は約13秒間。黒線はKAGRAの理論的ノイズパワースペクトル密度に基づいてシミュレーションで生成したデータに上記の重力波信号を加えたもの。下図：上図のデータの Matched Filter の結果 ρ の絶対値を、合体時刻パラメータを横軸として図示したもの。加えられた信号を持つ合体時刻付近に平均から大きく離れた ρ の値が発生している。ただし ρ の値は、雑音の影響によりデータに加えた信号の $\rho=10$ から少しずれる。

スノイズである場合は、式(1)の ρ は尤度比と関係しており、 ρ の最大を与えるパラメータ値を探索するデータ解析は、前節で述べた最尤法と等価であることが示されており、検出統計量としての最適性がある程度保証される。しかしながら、検出器雑音が定常ガウスであるという条件は、レーザー干渉計型検出器においては多くの場合成り立っていないことが知られている。従って、実際の解析で用いる際には最尤法としての最適性が成り立たないことになる。これでは非常に困ったことになるので、検出確率向上のために、様々な工夫がなされている。

検出器の非ガウスノイズは多くの場合、データに信号が存在しないにもかかわらず大きな ρ の値を発生させる。また、検出器の非ガウスノイズが、レーザー干渉計を持つ様々な状態監視モニターのデータと相関を持つ場合がある。そのような相関が確認できれば、その時刻のトリガーはたとえ大きな ρ の値を持っていても、重力波ではなく装置の雑音が原因である可能性が極めて高いので、重力波イベント候補からは除去できる。

また、イベント候補を含むデータが連星合体信号と同じ時間発展をしているかを、 ρ とは異なる統計量を導入して判別する方法がある。インスパイラル期の連星合体波形は、周波数空間で見ると振幅は $f^{-7/6}$ の振る舞いを示すので、周波数空間で信号をいくつかの帯域に分けて、振幅の振る舞いが $f^{-7/6}$ と一致しているかどうかを判定する統計量を導入して判別するものである。

非ガウスノイズの除去のために、コインシデンス解析も用いられる。LIGOの最初の2つの重力波イベントの検出は、2台の検出器を使ってなされた。2台のLIGO検出器間の重力波の伝搬時間は最大10ミリ秒なので、Matched Filterによるトリガーの2台の検出器への重力波の到来時

刻の差が10ミリ秒以下という制限をつけることで、非ガウスノイズによって生じるトリガーを大幅に除去することが可能である。

6. 到来方向の決定と重力波天文学

重力波を宇宙の観測手段とするには、到来方向を決定することが重要である。その重力波がどの銀河の中で発生したかが分かると、その銀河の赤方偏位を分光観測によって求め、宇宙背景放射の観測などから求められている宇宙論的パラメータの値を用いれば、発生源の距離が正確に求められる。また、重力波の検出直後にその方向に電磁波の望遠鏡を向けて観測すれば、コンパクト連星合体に伴い発生する電磁放射を観測できるかも知れない。中性子星を含むコンパクト連星の合体は、継続時間が短いガンマ線バースト(SGRB)の母天体の候補である。従って重力波とSGRBが同じ方向でほぼ同時に観測されると、SGRBの発生源の正体が直ちに判明することになる。ガンマ線バーストでは、その直後に残光と呼ばれる電磁放射がX線、可視光、赤外、電波の各波長帯で観測されることがある。特に中性子星連星合体後に周辺にまき散らされた中性子星を構成していた物質がr過程元素合成を起こし生成される放射性元素の崩壊で物質が加熱されて、それが主に赤外線領域で観測されるという、マクロノバと呼ばれる現象が予言されており、実際に短いガンマ線バーストGRB130603Bの残光で観測された赤外線の放射がマクロノバによるものではないかと言われている。

到来方向の決定はこのような電磁波の残光を観測するために重要である。ただ、レーザー干渉計は到来方向の決定精度が悪い。長時間継続する回転中性子星からの重力波は、地球の運動によるドップラー効果によって1台でも到来方向を決定することができるが、それは例外的である。短時間しか継続しない信号については方向は1台では分からない。2台あると、到来時刻の差から、天球面上のリング状の領域に方向を絞り込むことができるが、それでも精度は非常に悪い。実際GW150914やGW151226の到来方向決定精度は観測直後は600平方度と1,400平方度という広い範囲であった。3台以上検出器があると、到来時刻差と偏極の情報から到来方向をかなり絞り込むことができ、平均でおおよそ30平方度になる。近い将来LIGO-Virgo-KAGRAの4台の検出器で観測できれば、平均で10平方度程度まで絞り込める。日本のすばる望遠鏡搭載の世界最大級のCCDカメラHSCでは、現在の8メートル級望遠鏡で最大の視野角1.5平方度を持つ。従って10回弱写真をとれば重力波到来方向の誤差範囲をカバーできることになる。また近赤外線での限界等級は23から24等級ある。中性子星連星合体が、LIGO/Virgo/KAGRAで観測可能な200Mpcで起こると、マクロノバは22等級程度になるという予想もあり、⁵⁾それが検出できる可能性がある。貴金属である金、プラチナといったr過程元素の起源は分かっておらず、マ

クロノバが観測され、それがr過程元素合成によるものであることが分かれば、r過程元素の起源解明につながる。

7. 連続重力波・パルサーからの重力波

連続重力波とは、検出器のデータ取得時間と同じ、もしくはそれ以上の時間にわたって放射が続くような重力波のことである。有望な連続重力波源として、非球対称な内部質量分布を持ち自転する中性子星のようなコンパクト星や低質量X線連星がある。中性子星はパルサーとして見つかることが多い。地上重力波検出器の周波数帯域内に自転周波数を持つパルサーは、現在400個ほど見つかっている。⁸⁾

中性子星を構成する物質の状態方程式は、その高密度ゆえに地上実験では研究できておらず、謎である。中心部分では、その超高密度ゆえに、ストレンジクォークを持つバリオンであるハイペロンが出現している可能性がある。中性子星の質量には上限があると考えられるが、陽子・中性子に加えてハイペロンが出現するなどして上限質量が減少する傾向があるという研究が多く報告されている。2010年に報告された約2倍の太陽質量を持つパルサーは、ハイペロンが中心部分に存在するという考察に対して大きなチャレンジとなっている。⁷⁾

パルサーを三軸不等の楕円体とし、慣性主軸周りで自転しているという最も簡単かつ、現実の重力波探索で仮定されているモデルでは、放射される重力波の周波数は自転周波数 f_s の2倍、振幅は、

$$h_0 = 4 \times 10^{-26} \times \left(\frac{\varepsilon}{10^{-6}} \right) \left(\frac{I}{10^{45} \text{ g cm}^2} \right) \times \left(\frac{r}{1 \text{ kpc}} \right)^{-1} \left(\frac{f_s}{100 \text{ Hz}} \right)^2 \quad (2)$$

となる。ただし、 I は自転軸周りの慣性モーメント、 $\varepsilon = (I_1 - I_2)/I$ は非球対称性を表すパラメータで、 I_1, I_2 は自転軸と直交する軸周りの慣性モーメントである。

中性子星が非球対称性を持つ理由として、生成時の非球対称性の残留、内部の強磁場、連星系の場合は質量降着などが考えられる。一般に ε のとりうる最大値は、中性子星の状態方程式に依存する。

低質量X線連星は、小質量の主系列星とコンパクト星からなる連星系で、重力波探索では主星が中性子星である場合に興味がある。普通の星である伴星からガスが中性子星に向かって落ち込み、中性子星の周りで降着円盤と呼ばれる円盤を作る。この円盤は摩擦によって高温になっており、X線を放射する。低質量X線連星では、伴星から中性子星に降着するガスは、中性子星に連続・断続的にトルクを与えていて、中性子星は自転角運動量を獲得する。ところが、このような系のうち自転周波数の分かっている中性子星では、中性子星の自転周波数が、遠心力によって破壊される自転周波数よりもずっと低い。降着物質が中性子星表面に「山」を生成するか、中性子星を振動させるかして、

中性子星が重力波を放射することで、角運動量を効率的に失い、バランスを保っているのだという研究がある。このシナリオのもとでは、非常に明るいX線源であるさそり座X-1は、重力波においても非常に明るく、他のいくつかの低質量X線連星とあわせて、地上重力波検出器にとって検出可能な天体となりうる。⁶⁾

7.1 解析手法の原理と問題点

実際の探索で仮定されている三軸不等楕円体モデルでは、位相まで含めた重力波は本質的には

$$h = F(t) h_0 \cos(4\pi f_s t + \delta\phi(t)) \quad (3)$$

と表される。ここで振幅 $F(t)$ は波源方向と、検出器と波源との相対運動によって決まる。同様に $\delta\phi(t)$ は波源に固有の周波数変化・位相変化を除けば、重力波源と検出器との関係に従って決まり、互いに静止している場合は定数である。実際にはパルサーは一般に運動しており、また地球は自転・公転するので、ドップラー効果による位相変調が $\delta\phi(t)$ に現れる。式(3)から分かるとおり、互いに静止している場合、データをフーリエ変換すれば信号は線スペクトルとして現れる。実際には位相変調があるから、解析の時点で観測から決まっているか推測される自転周波数 $f_{s,m}$ と $\delta\phi_m(t)$ を使って $\cos(4\pi f_{s,m} t + \delta\phi_m(t))$ を掛けて積分する。この重力波は狭帯域スペクトルのため、このように時系列データのまま処理することが、Matched Filter と等価な処理となっている。信号対雑音比は、積分時間を T として、

$$\begin{aligned} \rho^2 &\sim \int_0^T dt \frac{h_0^2}{S_n} \cos(4\pi f_s t + \delta\phi(t)) \cos(4\pi f_{s,m} t + \delta\phi_m(t)) \\ &\sim \frac{h_0^2 T}{2S_n} \left(1 - \frac{T^2}{6} \Delta\dot{\phi}^2 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

と与えられる。但し、 $\Delta\dot{\phi} = 4\pi(f_s - f_{s,m}) + \delta\dot{\phi}(T/2) - \delta\dot{\phi}_m(T/2)$ である。従って電磁波観測で既にパルサーの方向と自転周波数やその時間変化、位相変化が分かっている場合、 $\Delta\dot{\phi}^2 = 0$ であり、探索は簡単である。信号対雑音比は $h_0 \sqrt{T/S_n}$ に比例する。感度の良い検出器で年オーダーの時間積分をすることにより検出可能性が高まる。このような既知パルサー探索においては、グリッチと呼ばれる突然の自転周波数の変化が問題となる。かにパルサーのように電磁波観測によって頻繁にモニターされており、グリッチの発生が記録されているパルサーが重力波探索においても良い対象となる。

電磁波において発見されていない中性子星からの重力波を探索するにあたっては、 $\delta\phi(t)$ が分かっていることが大きな問題となる。位相変調は重力波源の方向によるため、全天の各方向において位相変調を補正して Matched Filter を適用する。ここで、ドップラー効果の式を思い出すと、ドップラー効果による周波数変化 δf_D は、方向 \mathbf{n} から飛来する、周波数 $2f_s$ の重力波について

$$\delta f_D = 2f_s \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}}{c} \quad (5)$$

となる。ここで \mathbf{v} は、主に地球の自転・公転運動による重力波源と検出器との相対速度である。 f_s が分かっている一方、波源の方向 \mathbf{n} が分からないとすると、式(4)より信号対雑音比が大きく減じることがないという条件 $\Delta\dot{\phi} < 1/T$ は、 $\Delta\dot{\phi} \sim 2f_s \mathbf{v} \cdot \delta\mathbf{n}/c < 1/T$ となることが見てとれる。このことから、天球面上で探索する方向の数 N は、 $N \sim 4\pi/|\delta\mathbf{n}|^2 \propto T^2$ となって、積分時間 T の自乗に比例する。また、実際には f_s は事前には分からないなど、他にもいくつか探索すべきパラメータがあり、これを加味すると、計算コストは T の 4~5 乗に比例する。LIGO-Virgo Collaboration は総計 3 万コア以上の計算機資源を保持するが、未発見中性子星の探索では、計算コストの問題から、単純な Matched Filter は使われていない。現状では、検出効率を利用できる計算機資源によって制限されているのである。

事実、現在行われている連続波探索では、時系列データを小さなセグメントに細分化し、各セグメントで単純な Matched Filter もしくはこれに類する探索を行う。その結果を全セグメントについて適当に足しあげ、全データについての探索を行う。この場合計算コストは劇的に下がる代わりに、信号対雑音比は $T^{1/4}$ に比例する。最初はセグメントに分けて探索し、有望なパラメータ部分空間についてセグメントに分けずに探索を行う多段階探索を導入するなど、様々な手法が現在でも試みられている。

低質量X線連星では連星運動のパラメータが $\delta\phi(t)$ に寄与することから、未発見の天体を探することは、計算資源の問題から現実的ではない。従って、既知の天体からの重力波探索が試みられている。ただ、自転周波数の分からない天体が多いこと、また物質の降着がランダムである場合、重力波位相や周波数もランダムに時間変動する可能性があり、電磁波天文学との連携が鍵となる。

7.2 解析結果の現状と将来

LIGO-Virgo Collaboration からは、連続重力波探索の最新のデータを使った結果は、原稿執筆時点ではまだ発表されていない。図3は Initial LIGO, Virgo の既知パルサー探索の結果をまとめたものである。まだ連続重力波は検出されていないので、この図は重力波検出器から得られた、既知パルサーから放射されている可能性がある重力波の振幅の最良の上限値を示している。すでに式(2)が示す典型的な重力波振幅の大きさに迫ろうとしていることが分かる。中性子星は重力波を放射すると自転エネルギーを失い、自転周波数が減少することが期待される。実際のところ、多くのパルサーでは自転周波数の減少は観測されているが、これは電磁波放射やパルサー風によるものだと考えられる。逆に観測されている自転周波数の減少から、ありうる最大の重力波振幅値を計算することができて、これをスピンドアウン上限値と呼ぶ。すでに Initial LIGO, Virgo では Crab パルサーと Vela パルサーで、スピンドアウン上限値のそれぞれ 1% 以下と 10% 以下という重力波上限値を得ている。また、Advanced LIGO, Advanced Virgo に、これらの検出器と同

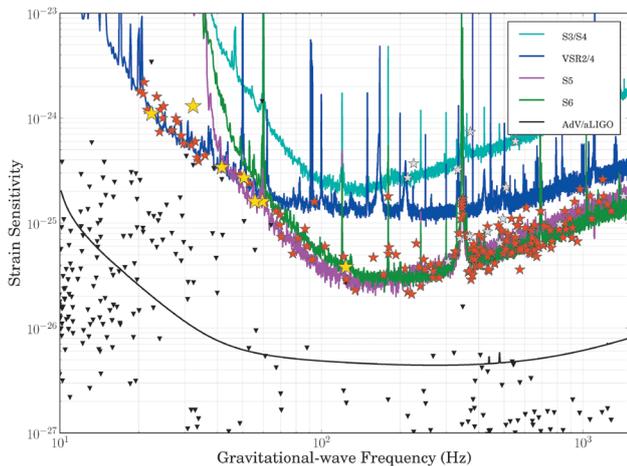


図3 それぞれの星印はLIGO-Virgo Collaborationによる既知パルサーからの重力波振幅の上限値を示す。逆三角形はそれぞれのパルサーのスピンダウン上限値(本文参照)。大きい黄色の星は、LIGO-Virgoからの重力波振幅上限値がスピンダウン上限値の4倍以下のパルサー。曲線は何回も行われたInitial LIGO/Virgoの観測に基づいて得られた理論的に期待される重力波振幅上限値。Adv/aLIGOというなめらかな曲線は、Advanced VirgoとAdvanced LIGOで期待される最終的な感度で1年間のデータを使って既知パルサーを探索したときに得られると期待される重力波振幅上限値。LIGO-Virgo Collaboration (2014)⁹⁾より転載。

程度の感度を持つKAGRAが加われば、多くのパルサーについてスピンダウン上限値を下回る、「意味のある」連続重力波探索ができるようになる。

8. パースト重力波・モデリングされていない重力波トランジェント

8.1 パースト重力波源

継続時間が短く、発生する重力波波形がモデリングされていない天体からの重力波や、波形予測が現実的に困難な天体からの重力波は、パースト重力波として分類され、重力波波形の情報を最大限課さない探索が行われる。この種の重力波源として期待されている天体現象には、重力崩壊型超新星爆発、ガンマ線パースト、ソフトガンマリピーター(SGR)、パルサーグリッチ、X線フレア、電波トランジェントなどがある。また、GW150914などのブラックホール連星合体のような、波形は予測されているが継続時間が短い重力波についてもパースト重力波探索手法は有効である。

ここでは、2次元の数値計算によってよく調べられている、親星が回転している場合の重力崩壊型超新星爆発からの重力波の特徴を述べよう。重力崩壊開始時はニュートリノの平均自由行程が星のコアの半径よりも大きい、爆縮が進むと逆転し、ニュートリノが外に出られないニュートリノ球が形成される。中心密度が核密度を超えるとコアの状態方程式が硬くなり、圧力が上昇し、コアバウンスが起きる。この時に放射される重力波は周波数が60-600 Hzにわたるスパイク型の特徴的な波形を見せる。これは親星が回転していない場合には現れない特徴である。またコアバウンス面と外部コアの落下面の境界上で衝撃波が発生する。

この衝撃波は外部コアを伝搬していくが、それがニュートリノ球を通過すると周辺の自由陽子の電子捕獲反応が進み、陽子の中性子化と共に電子型ニュートリノがパースト的に形成される(この現象はニュートリノの中性子化パーストと呼ばれる)。それと同時に電子密度が下がり、圧力の減少と共に衝撃波が停滞する。この停滞した衝撃波とコアの間で起きる対流を起源とするランダムな重力波が強く現れる。その後いったん重力波は弱まるが、それでも対流と共に継続して放射される。その後、停滞した衝撃波は何らかのメカニズムで復活するが、そのモデルとして有望と考えられているのがSASI(Standing Accretion Shock Instability)によるニュートリノ加熱である。ニュートリノ加熱によって復活した衝撃波は星の外殻までたどり着き、超新星爆発を起こすというのが、現在有望視されている超新星爆発メカニズムである。SASIが非線形に発達しニュートリノ加熱が進む間に、原始中性子星へ落下する質量によって中性子星に摂動が加わり相対的に大きな振幅を持つ重力波が発生するという結果が得られている。

以上の発生機構から分かるように、たとえ超新星爆発のモデルが確立されたとしても、ランダムな生成過程を持つため、連星合体からの重力波のように波形を定式化することは不可能である。しかし波形は分からずとも、時間周波数平面の局所的な領域に重力波のエネルギーが集中することがシミュレーションによって定性的に得られており、そういった情報はデータ解析時に利用される。

8.2 パースト重力波の探索手法

パースト重力波は単一検出器での探索ではExcess power法、複数検出器ネットワークでの探索では、複数の検出器からのデータ(ネットワークデータと呼ぶ)を同時に解析するコヒーレントネットワーク解析法と呼ばれる手法が用いられる。

Excess power法は1990年代に提案された手法で、データを時間周波数面上に表すことが基本となる時間周波数解析の一種である。重力波が時間周波数領域 $T=[t_s, t_s+\delta t, f_s, f_s+\delta f]$ (ここで (t_s, f_s) は時間周波数空間上の開始点で、時間、周波数の幅が $\delta t, \delta f$ であるとしている)に集中することが分かっているとすると、データ $x(t)$ のフーリエ成分 \tilde{x}_k ,

$$\tilde{x}_k = \sum_{j=0}^{N_t-1} e^{-2\pi i(t_j-t_s)f_k} x(t_j) \quad (6)$$

$$t_j = t_s + j\Delta t, \quad N_t = \delta t/\Delta t, \quad f_k = \frac{1}{\Delta t} \frac{k}{N_t} \quad (7)$$

によって、パワー E を次のように定義する。

$$E \equiv 4 \sum_{k=k_1}^{k_2} \frac{|\tilde{x}_k|^2}{\sigma} \quad (8)$$

$$\delta f = f_2 - f_1, \quad f_1 = k_1/\delta t, \quad f_2 = k_2/\delta t \quad (9)$$

検出器の雑音が高ス雑音であり、データに信号が含まれていない場合、 E は自由度が $2\delta t\delta f$ の χ^2 分布に従う統計量となる。重力波の探索は E を計算し、雑音のみの場合のバ

ワーを超過する信号を探索することによってなされる。想定する重力波信号が存在する時間周波数領域が既知である場合は、その領域で E を計算すれば良い。しかし、超新星爆発のような場合には不定性がある。その場合は、重力波のエネルギーの大部分はある時間周波数領域に局在すると仮定し、パワーが超過している領域が連続している場合は結合して1つの信号と見なして E を計算する手法がとられる。このようなクラスタリング手法を行うことで、適用可能な対象が広がり、超新星爆発からの重力波の特にコアバウンス時の重力波の探索を中心として解析に用いられてきた。しかし、この方法は、検出器データに頻繁に現れるグリッチと呼ばれる突発的な雑音との区別が難しいという問題がある。従って、1台のみの検出器のデータ解析においては、Excess power 法は検出器の突発的雑音の特徴付けのために利用されている。

一方、コヒーレントネットワーク解析法はネットワークデータの利用を前提としている。重力波信号は各検出器の観測データ中に検出器の雑音と共に記録されている。コヒーレントネットワーク解析では、ネットワークデータから逆問題を解くことによって最も尤もらしい重力波を推定する。 m 個の重力波検出器があると仮定すると、その I 番目の重力波検出器のデータは $\xi_I(t) = \sum_A F_A^\dagger h_A(t)$ ($I=1, \dots, m$, $A=+, \times$) と表される。ここで $h_A(t)$ は時間 t での重力波で、 $F_{I+}(\hat{\Omega}_I)$ と $F_{I\times}(\hat{\Omega}_I)$ は I 番目の検出器の、方向 $\hat{\Omega}_I := (\phi_I, \theta_I)$ からの重力波に対する応答を表す。 I 番目の検出器のデータ $x_I(t)$ は以下のように書き表せる。

$$x_I(t) = \xi_I(t + \tau_I) + \eta_I(t), \quad \tau_I = \tau(\phi_I, \theta_I), \quad (10)$$

ここで、 τ_I は地球中心からの相対的な時間の遅れを表しており、重力波源の方向の関数である。また $\eta_I(t)$ は検出器の雑音である。ベクトル表記では、ネットワークデータは以下のように書ける。

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{h} + \boldsymbol{\eta}, \quad (11)$$

$\eta_I(t) = 0$ という雑音がない仮想的な場合を考える。この場合 $\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{h}$ から \mathbf{h} について解きたいのであるが、一般的には \mathbf{F} はフルランクの行列ではないので、逆行列は存在しない。その代わりに Moore-Penrose の擬似逆行列 $\mathbf{M} := \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ を用いると、 $\mathbf{M}\mathbf{h} = \mathbf{F}^T \mathbf{x}$ を得る。すべての重力波検出器が同じ方向を向いていなければ \mathbf{M} は $m \times m$ の逆行列を持つ行列となるので、 $\mathbf{h} = \mathbf{F}^\dagger \mathbf{x}$ が得られる。ここで $\mathbf{F}^\dagger := \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}^T$ である。

詳細は省略するが、雑音が存在する実際のデータ解析においては、最尤法によって重力波信号 \mathbf{h} を推定する。重力波の到来方向 (θ, ϕ) によって、各検出器のアンテナパターン関数 \mathbf{F} が変化するので、対数尤度比 $L[\mathbf{h}] = \log(p(\mathbf{x}|\mathbf{h})/p(\mathbf{x}|\mathbf{0}))$ を、 (θ, ϕ) を変化させて最大化させる。 $L[\mathbf{h}]$ の大きさから、そのイベントの統計的有意さを判断して、重力波信号であるかないかを議論する。また、最大を与える (θ, ϕ) がその重力波の到来方向の推定となる。更に、その

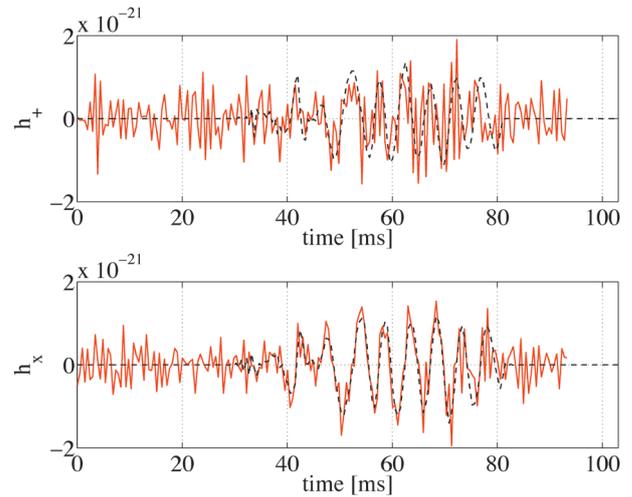


図4 LIGO-Virgo-KAGRA のデザイン感度を持つシミュレーションデータでの、コヒーレントネットワーク解析による高速回転している超新星爆発からの重力波の波形再構成の例 (Hayama, et al.¹⁰⁾ の図9)。地球は回転軸の方角、10 kpc 離れた場所にあるとした。上パネルから+モード、×モードを表しており、黒点線が元々の波形、赤線が再構成した波形である。信号対雑音比はそれぞれ30, 75である。黒線と赤線が良く一致していることが分り、重力波波形が再構成されていることが分かる。

時の \mathbf{F} を用いて、重力波信号がデータから再構成される。

8.3 バースト重力波探索の課題

2015年9月から始まった Advanced LIGO の最初の観測運転では、正規の観測期間に入る前からコヒーレントネットワーク解析による探索パイプラインの1つが、バースト重力波の探索と、電磁波による追観測のためのアラート発信のために稼働していた。そして、最初の重力波イベントである GW150914 は、そのパイプラインによって検出され、データ取得の3分後には検出情報がパイプラインから研究者達に発信された。バースト重力波パイプラインは波形モデルを仮定せず、時間周波数平面の中からエネルギー領域の高い領域を調べていくというシンプルさのため、幅広い種類の重力波探索を高速に行うことが可能であるという利点が発揮されたのであった。その一方で、様々な人為的な雑音、地震、検出器の電気系統からの雑音、起源不明の雑音などが多く検出され、重力波信号との区別は依然として難しい。LIGO の2台の検出器でも偶然の同時出現が起り、重力波の検出に影響を与えた。今後、Virgo や KAGRA が観測ネットワークに加わることで偶然による検出確率を下げることは重要である。しかしながら、根本的にバーストの雑音を無くすことは困難なため、特にモデリングされていないバースト重力波を検出する上で、更にバースト雑音を同定、除去する手法を開発することが重要である。

9. 重力波初観測の教訓

重力波の初観測の信号は、ブラックホール連星合体という少し意外なものであったが、検出自体も連星合体に特化したパイプラインではなく、どちらかというと超新星爆発などを主なターゲットにしたバースト重力波パイプライン

によって成されたのであった。では、何故連星合体のパイプラインでは最初に検出されなかったかという疑問がわくが、実は初観測の時点では、コンパクト連星合体のオンラインパイプラインは稼働してはいたものの、GW150914の30倍太陽質量は探索質量範囲に入っていなかった。対象とする質量範囲は中性子星連星か中性子星・ブラックホール連星に限られていたのである。オンライン解析は電磁波による追観測のためのアラート発信のためであるとされていたと言われている。

オンラインで重力波イベントが確認されたことは、このイベントの統計的な有意さを確定させるために決定的に重要な役割を果たした。Advanced LIGOは2015年9月14日の時点では試験運転の段階であり、検出器に様々な調整が加えられていた。重力波イベントの検出が即時に分かったために、それらの調整作業をすぐに中止して、イベント検出時のレーザー干渉計の状態を保存し、その状態で観測を続けることが可能となった。その観測は10月20日まで続けられ、そのデータを使って雑音の性質が調べられ、誤警報率が評価されて、GW150914の有意さが 5σ 以上であることが確定したのであった。もし9月14日の後しばらく経ってからこの信号に気がついたとすると、レーザー干渉計には様々な調整が加えられていて同じ状態を再現することは不可能になり、イベントの統計的有意さの確定に問題が発生していた可能性が高い。

その一方で、 5σ を確定させたのはコンパクト連星合体のオフラインパイプラインであったことも忘れてはならない。以上の初観測の経験は、あまり先入観にとらわれることなく、様々な重力波信号に備えて、オンライン解析とオフライン解析の両方に対応したソフトウェアとハードウェアを準備しておくことが大切であることを示している。

10. 終わりに

最後に今後の重力波観測の展望を述べておこう。Advanced LIGOは2016年秋から2017年半ばまで第2回目の観測を行う予定である。感度は第1回目よりも少し向上しており、ブラックホール連星合体重力波を更に検出するものと期待される。中性子星ブラックホール連星や中性子星連星の合体も観測される可能性はある。2018年以降には更に長期間の観測が計画されている。Advanced Virgoは、2017年に稼働しLIGOの観測に加わることを目指している。

日本のKAGRAは、2015年3月と4月に初期KAGRAとしての試験観測を行った後、低温鏡を使ったフルスペックの検出器を構築するための作業に入った。そして、2019年からの本格観測を目指している。KAGRAとしてはまずは重力波信号を検出することが重要である。本格稼働した際には様々な重力波信号に対応したデータ解析パイプラインを走らせ、最大限の成果を上げられるようにしなければならない。狙ったものが来るとは限らないというのは、宇宙観測の難しさでもあり、楽しさでもある。チャンスを逃さぬように入念な準備を怠ってはならないことを我々も肝に銘じておこう。

参考文献

- 1) LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Phys. Rev. Lett. **116** (2016) 061102; *ibid.* **116** (2016) 241103.
- 2) レビュー論文として L. Blanchet: Living Rev. Relativity **17** (2014) 2.
- 3) F. Pretorius: Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 121101; M. Campanelli, C. O. Lousto, P. Marronetti and Y. Zlochower: *ibid.* **96** (2006) 111101; J. G. Baker, J. Centrella, D. I. Choi, M. Koppitz and J. van Meter: *ibid.* **96** (2006) 111102.
- 4) K. Hotokezaka, *et al.*: Phys. Rev. D **88** (2013) 044026; *ibid.* **93** (2016) 064082.
- 5) M. Tanaka and K. Hotokezaka: Astrophys. J. **775** (2013) 113.
- 6) L. Bildsten: Astrophys. J. Lett. **501** (1998) L89.
- 7) P. B. Demorest, *et al.*: Nature **467** (2010) 1081.
- 8) <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>
- 9) LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Astrophys. J. **785** (2014) 119.
- 10) K. Hayama, T. Kuroda, T. Takiwaki and K. Kotake: Phys. Rev. D **92** (2015) 122001.

著者紹介

田越秀行氏：日本物理学会会員。専門は宇宙物理学、重力波天文学。
伊藤洋介氏：日本物理学会会員。専門は重力波天文学、データ解析。
端山和大氏：日本物理学会会員。専門は重力波天文学。

(2016年9月13日原稿受付)

Observation of Gravitational Waves and Data Analysis Hideyuki Tagoshi, Yousuke Itoh and Kazuhiro Hayama

abstract: First observation of gravitational waves by LIGO detectors was done. This historical achievement was possible because of the ultimate sensing technology of small displacement by laser interferometers, theoretical understanding of gravitational wave signals, and the data analysis technology to extract tiny signal buried in noise. In this article, we review data analysis technology used in the observation of gravitational waves.