

揺らぐ曲面上の Brown 運動

[1] 要旨

2成分液体の相分離界面や脂質分子流動膜を想定し、曲面上にある粒子の拡散の理論的考察を行っている。Brown 粒子が時間変化する曲面上に常に存在することを拘束条件として、平面上に射影した拡散係数を計算した。結果は二つの効果で表現できる。一つは従来から知られている幾何学的効果であり、平面上の拡散に比べて拡散係数が減少する。もう一つは新しい効果であり、この効果によって揺らぐ曲面によって拡散係数が増大することが示された。ただし、二つの効果の和は平面上の拡散係数より大きくなることはない。

[2] 本文

Brown 運動の研究は熱揺らぎの一般的性質の研究を促し、熱平衡近傍での非平衡統計力学の発展に貢献した。元来は3次元中にある自由粒子のランダムな運動が対象であったが、自然な拡張の一つとして周期的、あるいは、乱雑に配置されたポテンシャル中での Brown 粒子の研究が行われてきた。1980年ころからは曲面上での Brown 運動にも興味を持たれるようになった。その動機として生きている細胞内の分子の運動を1分子レベルで観察する実験法の発達がある。細胞膜内の生体分子を金微粒子でラベルし、その運動の軌跡を追う1分子追跡法 (single particle tracking) が代表例である。細胞膜内や膜近傍での生体分子の挙動と相互作用 (化学反応) の解明は、細胞の運動や情報処理に対する重要な知見を与える。

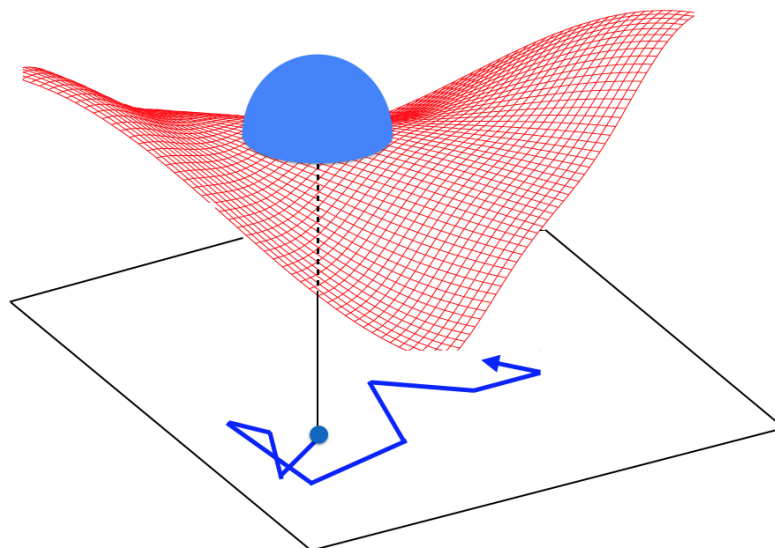


図1. 曲面上の球形ブラウン粒子とそれが動いた軌跡の平面上への射影の模式図。

図のように、理論では曲面の位置に粒子の重心があるとしているが、本稿では、便宜上、「曲面上」と表現している。

平らな流動性のある脂質二重膜内のタンパク質分子の並進・回転拡散については Saffman と Delbrück の先駆的研究がある。しかし、膜が時間変化し平らでない場合は、多くの理論では厚さが

なく構造のない曲面としている。すなわち、Brown 粒子は曲面の厚さより十分大きいと仮定する。基本的な物理量は図 1 に示しているように、曲面上を Brown 運動した粒子の平面に射影した軌跡の平均 2 乗変位（小さな丸から矢印の先までの直線距離の 2 乗平均）である。これから射影した平面での拡散係数（側方拡散係数）が計算できる。これまでの理論のほとんどは、曲面上での拡散方程式に立脚し、それを曲面の変形の時間変化に対する運動方程式と連立させて解いている。曲面には上下にあるバルクの液体分子の衝突による揺動力と、液体を媒介にして曲面上の十分離れた 2 点に働く流体相互作用が存在する。拡散方程式の導出では曲面の形は与えられていると仮定し、その時間変化は考慮されていない。Brown 粒子の運動が曲面のそれに比べて遅い場合は側方拡散係数のコンパクトな表式が得られており、それは平面上の拡散係数より小さい。このことは曲面に沿って移動した長さは平面に射影すると短くなるという幾何学的効果である。

最近、京都大学高等研究院 医学物理・医工計測グローバル拠点に所属する太田隆夫氏は従来とは異なる方法で側方拡散係数を計算した。3次元空間を自由に Brown 運動する粒子に対して、時間変化する曲面上しか動けない拘束条件を課すと、その Langevin 方程式は 2 種類の項で表現される。一つは幾何学的効果に対応し、上で述べた側方拡散係数を与える。もう一つは曲面の速度の射影平面に平行な成分である。この新しい項は曲面に作用する揺動力が間接的に Brown 粒子の運動に影響することを示しており、側方拡散係数を増加させる。ただし、両方の効果の和が平面上の拡散係数より大きくなることはない。なお、使用した仮定は Brown 粒子の動きが十分遅いことと、平面からのずれが十分小さい曲面であることである。この成果は、日本物理学会が発行する英文誌 Journal of the Physical Society of Japan (JPSJ) の 2020 年 7 月号に掲載された。

上記理論では Brown 粒子と曲面に作用する揺動力は熱揺らぎであるとしている。しかし、生きている細胞膜には熱揺らぎだけでなく、不可逆な化学反応や詳細釣り合いを満たさない状態遷移に起因する非平衡ゆらぎが存在する。また、分子モーターのように自律的に運動する生体分子もある。本理論はこのような非平衡状態の曲面上の拡散に拡張することが可能である。今後、この方向への研究の展開を期待したい。

原論文(6月11日公開済)

[Brownian Motion on a Fluctuating Random Geometry](#)

[Takao Ohta, J. Phys. Soc. Jpn. 89, 074001 \(2020\).](#)

<情報提供：太田隆夫（京都大学高等研究院 医学物理・医工計測グローバル拠点）>