

SU(3)対称な一次元スピン 1 量子系における臨界現象

[1] 要旨

物理学において、量子多体系の臨界現象は重要なテーマの一つである。最近ダイマー・トライマーモデルという一次元スピン 1 量子系モデルに関して、SU(3)対称な点近傍で数値対角化を用いた研究が行われた。その結果 SU(3)対称な点で、Berezinskii-Kosterlitz-Thouless 転移に似ているがユニバーサリティクラスの異なる相転移が確認された。本研究結果は、レーザー冷却された SU(ν)対称な原子系 (ν : 整数) での実験に対して、理論的な土台を与えることが期待される。

[2] 本文

低次元量子スピン系は量子揺らぎの効果が強く現れる系であり、Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) 転移 (2016 年ノーベル物理学賞) のような特異な相転移が起こる場合がある。BKT 転移とは、連続な O(2)対称性を持つ二次元古典系 (または一次元量子系) においてトポロジカルな励起によって引き起こされる相転移である。通常の二次相転移は秩序相と無秩序相との間で起こり、臨界点上では相関関数がべき乗的に減衰し、相関距離が発散する。対照的に BKT 転移は、相関関数が指数関数的に減衰する無秩序相と、秩序はないが相関距離が発散する臨界相との間で起こる。では、O(ν)や SU(ν) (ν : 整数) のようなより高い対称性の一次元量子系ではどうなるのか? そのような対称性を持つモデルとして、スピン 1 の bilinear-biquadratic (BLBQ) モデルやダイマー・トライマー (DT) モデルが提案され、研究が行われてきた。これらのモデルは回転対称 O(3)だが、あるパラメータではより対称性の高い SU(3)となる。BLBQ モデルに関しては、解析計算や数値対角化による様々な研究が行われてきた。このモデルは、基底状態が三回並進対称だが長距離秩序を持たないトライマー液体 (TL) 相という広がった臨界相を持ち、この相と無秩序相との相境界は SU(3)対称な点となっている。その点で起こる相転移は BKT 転移に似ているが、ユニバーサリティクラスは異なる。それに対し、DT モデルに関しては密度行列繰り込み群 (DMRG) を用いた研究¹⁾があり TL 相の存在は報告されていたが、SU(3) 対称な点とは異なる点が相境界であると予想されていた。

最近、九州大学大学院理学府物理学専攻の益子通生流氏、守屋俊志氏、野村清英氏は、二つのモデルでの食い違いに疑問を感じ、DT モデルにおいて数値対角化を用いて臨界指数を計算した。その結果、SU(3)対称な点が相境界であることとそのユニバーサリティクラスを明らかにした。この成果は、日本物理学会が発行する英文誌 Journal of the Physical Society of Japan (JPSJ) の 2021 年 2 月号に掲載された。

上記の BKT 的な転移では、べき乗的な相関関数への対数補正があり、直接的にべき指数を測定する事は難しい。さらに、数値対角化は DMRG などの他の方法に比べて小さいサイズしか扱えない。しかし他の方法と違い、複数の対称性を持つ固有エネルギーを精度よく計算できるという利点を持つ。これらと共形場理論や繰り込み群の理論²⁾を用いることで、対数補正を除去することができる。本研究では、このようにして共形場理論での臨界指数 (セントラルチャージ c , スケーリング次元 x) を数値的に計算した。その結果として第一に、SU(3)対称な点を境にして、波数 $q=\pm 2\pi/3$ のスピン三重項励起状態 ($S_T=1$) とスピン五重項励起状態 ($S_T=2$) とのエネルギースペクトルの入れ替わりが観測された (図 1(a)参照, S_T は系のスピン量子数)。このことは、SU(3)対称な点が相転移点であることを意味している。第二に、 $S_T=2$ 状態のエネルギーの方が小さくなる領域が $c=2$ が保た

れる臨界相である事が分かった (図 1(b)参照). 第三に, $SU(3)$ 対称な点で $c=2$ かつ $x=2/3$ である事が確かめられ, ユニバーサリティクラスが通常の $O(2)$ 対称な BKT 転移と異なることが示された. なお BKT 的な転移において, 数値計算からスケーリング次元 $x=2/3$ を求めたのはこの研究が初めてである. 以上の結果から, $SU(3)$ 対称な点が臨界相 (TL 相) の相境界であり, そこで BKT 的な相転移が起こっていることが明らかになった.

また本研究の数値計算では, DT モデルの持つ並進対称性, 磁化保存, および一部 $SU(3)$ 対称性を用いて計算機のメモリ使用量の削減も行われている.

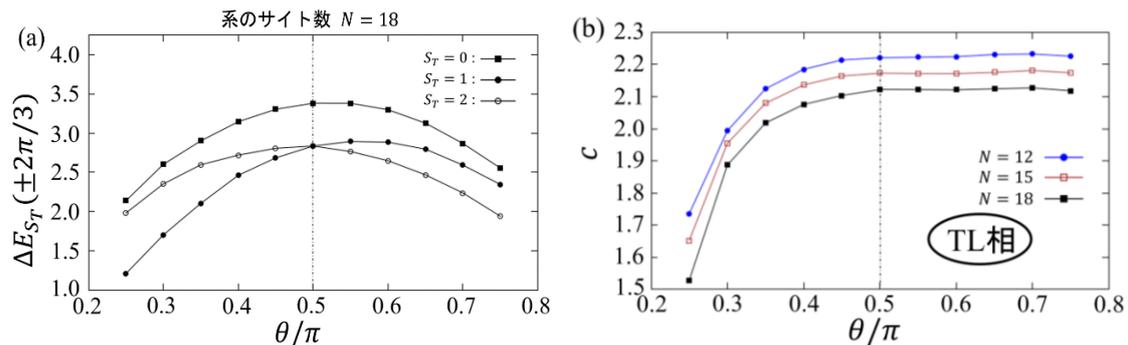


図 1. (a) 相互作用パラメータ θ に対する素励起スペクトル. $SU(3)$ 対称な点 ($\theta=\pi/2$) が異なる二つの相の相境界となっている. (b) θ に対するセントラルチャージの変化. $\theta \geq \pi/2$ の領域では, $c=2$ が保たれる臨界相 (TL 相) となっている. 図では正確には 2 ではないが 2 に近い値で一定になっており, 数値計算に用いたスピン数 N が大きくなると 2 に近づいているのがわかる.

近年レーザー冷却で極低温にした原子系で, 極めてクリーンで制御可能な量子多体系が実現されている. 本研究結果は, こうした量子多体系の臨界現象に関する実験や量子シミュレーションに理論的な土台を与えることが期待される. 特に, ストロンチウム (^{87}Sr) やイッテルビウム (^{173}Yb) 原子を光格子中に束縛した量子多体系は $SU(v)$ 対称性を持つが, これらは量子情報処理への応用が期待されており, 本研究結果が量子情報テクノロジーに関する基礎理論の一端を担うと期待される.

参考文献

- 1) Y.-T. Oh, H. Katsura, H.-Y. Lee, and J. H. Han, Phys. Rev. B **96**, 165126 (2017).
- 2) C. Itoi and M.-H. Kato, Phys. Rev. B **55**, 8295 (1997).

原論文(1月18日公開済)

Universality Class around the $SU(3)$ Symmetric Point of the Dimer-Trimer Spin-1 Chain
T. Mashiko, S. Moriya, and K. Nomura, J. Phys. Soc. Jpn. **90**, 024005 (2021).

<情報提供 益子通生流 (九州大学)
守屋俊志 (九州大学)
野村清英 (九州大学) >