

# 戸田格子における非線形トポロジカル現象

## [1] 要旨

戸田格子はソリトン解を持つ非線形格子模型である。これを Su-Schrieffer-Heeger 模型のように二量体化することにより、トポロジカル相を実現できる事が示された。これは非線形系におけるトポロジカル相である。また、戸田格子は可変キャパシタンス・ダイオードとコイルを用いた伝送線路で作成できる事が知られているが、今回の模型もコイルの値を交互に変化させる事（二量体化）で実現できる。伝送線路における電圧の伝搬を測定する事で非線形系におけるトポロジカル相転移やバルク・エッジ対応を観測できることが提案された。

## [2] 本文

非線形物理学で顕著な業績が日本から数多く輩出されてきた。例えば戸田格子は厳密なソリトン解を持つ非線形系である。これは図 1(a)に示すような、可変キャパシタンス・ダイオードとコイルが接続された伝送線路で実現されることが知られている。通常の戸田格子ではマゼンタとシアンのコイルの値は同じである。可変キャパシタンス・ダイオードが非線形電気素子として非線形効果の元になっている。図 1(b)のように可変キャパシタンス・ダイオードをコンデンサーに変更すると通常の伝送線路になり線形平面波解を持つ模型である。

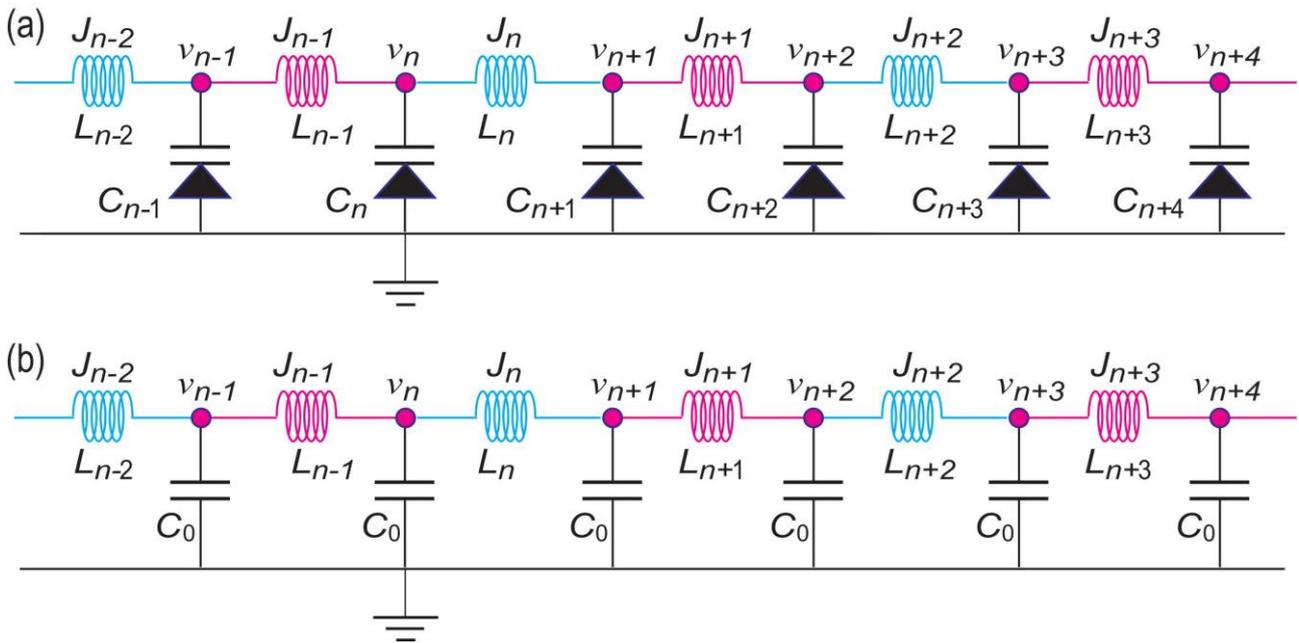


図 1. (a) 二量体化戸田格子を実現する伝送線路 (b) 通常の伝送線路

最近、東京大学大学院工学研究科物理工学専攻の江澤 雅彦氏は、戸田格子が非線形トポロジカル現象の対象として有望であることに気づき、その最初のターゲットとして二量体化戸田格子を詳細に調べた結果、非線形トポロジカル相を実現することを初めて明らかにした。この成果は JPSJ の

2022年2月号に掲載された。

具体的には図1(a)でマゼンタとシアンのコイルのインダクタンスを変更することにより戸田格子を二量体化戸田格子に拡張すると、非線形系にも関わらずインダクタンスの大小により Su-Schrieffer-Heeger 模型のようにトポロジカル相とトリビアル相が実現する。実際、図2(a)のようにトポロジカル相では回路の端に与えた電圧がずっと局在振動を続けるが、トリビアル相では図2(b)の様に電圧は急速に伝送線を伝搬し、端の電圧は減衰する。つまり、端の電圧がトポロジカル相とトリビアル相を区別する良い指標になっている。実際、一定時間が経った後の端の電圧を二量体化の関数としてプロットすると図2(c)のように明確な転移が観測できる。これは非線形トポロジカル系におけるバルク・エッジ対応と考えることができる。

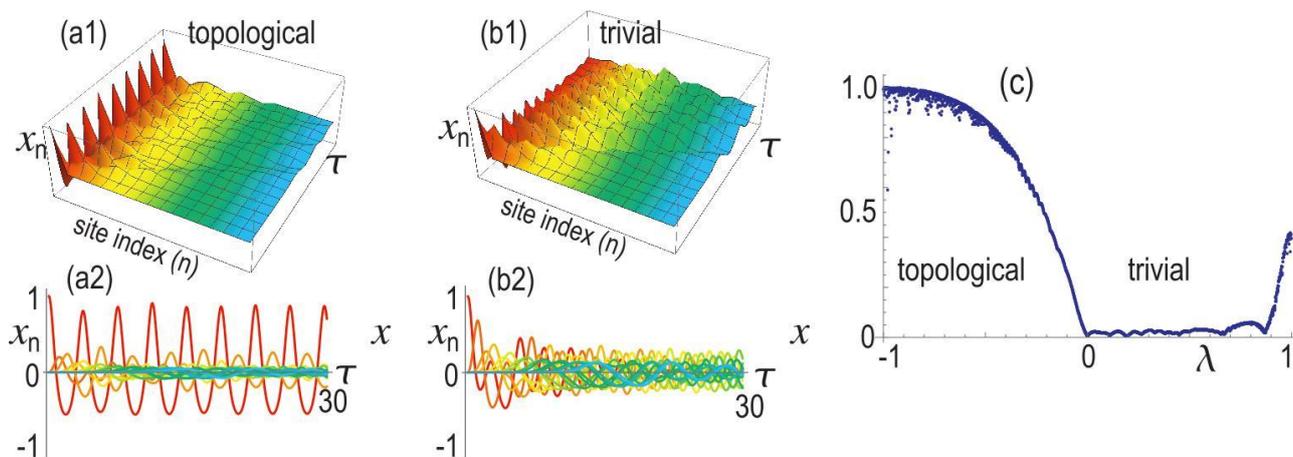


図2. (a) トポロジカル相における電圧伝搬 (b) トリビアル相における電圧伝搬 (c) 二量体化パラメータに対する端の電圧の変化

本研究で調べられた二量体化戸田格子は電気回路で実験が可能な系であり実験研究の進展が期待される。また非線形トポロジカル物性は未だ明らかではなく、電気回路のみでなく光学系や機械系などの様々な人工トポロジカル系での非線形トポロジカル現象の今後の研究の展開が期待される。

原論文 (2022年1月19日公開済)

[Topological Edge States and Bulk-edge Correspondence in Dimerized Toda Lattice](#)

M. Ezawa, J. Phys. Soc. Jpn. **91**, 024703 (2022).

<情報提供：江澤 雅彦（東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻）>