

超伝導は津波の夢を見るか？

[1] 要旨

岩砂漠のようにでこぼこした乱れた背景を、津波のような段差構造が走っていき、そしてある瞬間に振動を引き起こして引き返す……そんな描像の厳密解を持つ古典可積分系（ソリトン方程式）が新たに提唱された。驚くべきことに、この方程式は流体力学的考察ではなく、物性物理学におけるパリティ混合超伝導・超流動の理論から導かれた。

[2] 本文

ソリトンという言葉は狭い意味では零曲率表示で表される古典可積分系の離散固有値と紐付いた特解を指すが、今日では非可積分系も含めて非線形性と分散性の競合により生じる空間的に局在した励起状態全般を表す語として多義的に用いられ、物理学のあらゆる分野で現れる。

物性物理学においてもソリトンは多彩な形で登場し、カイラル磁性体におけるソリトン格子、スピン自由度を持つボース凝縮体、超伝導・超流動系や有機導体における多ソリトン励起状態や空間変調した Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov 状態など枚挙に暇がない。流体分野では古くから浅水波のソリトンやその共鳴現象が研究されてきたが、特に近年は巨大波の解析が盛んで、非線形光学系の実験や可積分乱流といった研究の広がりも見られる。

高度な数学で一般化・抽象化されたソリトン理論から俯瞰すれば、上記の様々なソリトンは背後にある共通の数理構造を異なる側面から観測しているものと期待される。よって複数の分野を横断する研究が時に新たな着眼点をもたらし、更にはソリトン理論の最も数学的に深遠な結果に対し物理的実例をも提供し得るだろう（図 1）。

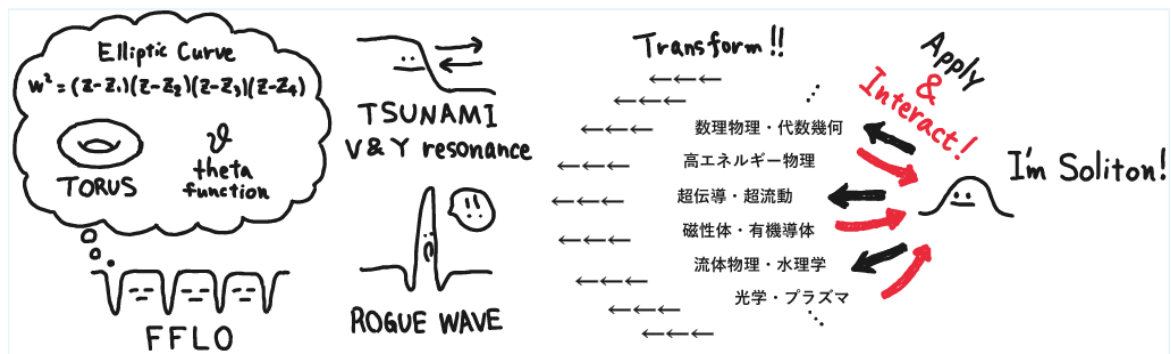


図 1：ソリトンで行う分野横断研究。様々な研究領域における様々な形のソリトン達の知見を行き来し、異分野における新現象の提唱や数理構造の統一的理解を目指す。

最近、慶應義塾大学自然科学研究教育センターにおいて大胆で野心的な分野横断的研究が行われた。そこでは超伝導・超流動系の研究の副産物として生じた古典可積分系を詳細に解析し、特徴的な二種類のソリトン解をそれぞれ「津波ソリトン」および「Korteweg-de Vries (KdV) 岩」と名付けた。さらに、乱れた背景における流体現象への応用が提案された。この成果は JPSJ の 2025 年 12 月号に掲載された。

発見の経緯はこうだ。BCS-BEC クロスオーバーや量子多体ソリトンを視野に据えs波とp波のクーパー対が共存したパリティ混合超伝導のモデルを解析する過程で、ソリトン方程式の階層が生成

された。その中から特に超伝導ギャップの開いているものを解き、段差構造の伝播がある時刻に振動を伴いながら引き返す津波ソリトンと、その場から動かない KdV 岩が見つかった (図 2)。

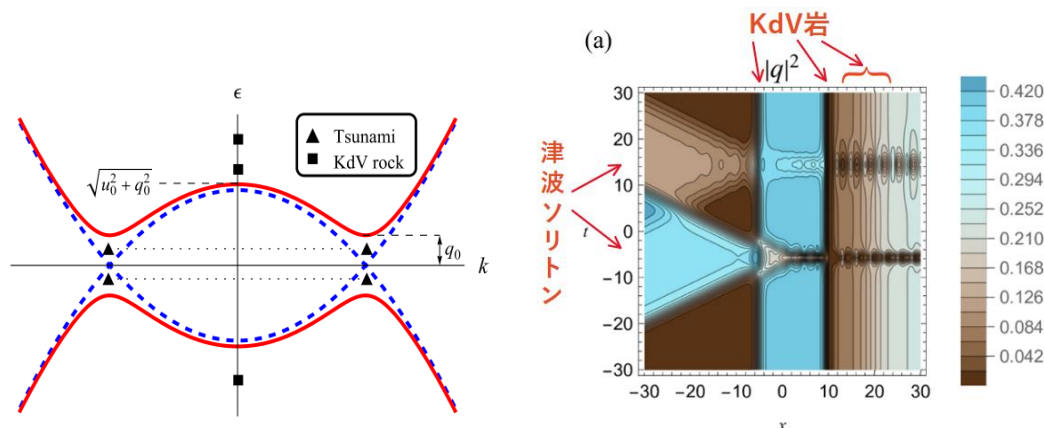


図 2 : (左) s 波超伝導体中の準粒子の分散関係とソリトン解の元となる束縛状態。特に超伝導ギャップ中の束縛状態が津波ソリトンを与える。(右) 二つの津波ソリトンと三つの KdV 岩が混在する解の一例。津波ソリトンの持つ段差構造は伝播方向がある時刻で逆向きになり、その瞬間振動を伴う。動かない KdV 岩はこの図では垂直なラインで表され、 $x \approx -5, 10$ にある急傾斜なものから $x \approx 20$ のなだらかな丘まで、その形は様々である。原論文 Figure 1, 3 より抜粋。

上記の方法で構成された可積分方程式達の時間発展は超伝導系のそれとは別物だが、面白いことにここで生成した階層がプラズマ物理で用いられた方程式系を含み、津波ソリトンの振舞いが二層流体中のソリトンの Y 字型共鳴に類似する等、物理学の別分野で現れるソリトン方程式との関係が明らかになっている。異常な定常解空間の広さも興味深く、KdV 岩を好き勝手な位置に複数個置いた状態を含む任意関数を設定できる自由度が、乱れた背景におけるソリトン力学の厳密な扱いを可能にする。この広い解空間は代数幾何的定式化で説明される。更に「同分散相」の概念も新たに提唱され、津波ソリトンから生ずる振動領域の分類も論じられており、さらなる展開が期待される。

まとめると本研究は(i)超伝導・超流動の物性研究に源流を持ち、(ii)プラズマ物理や流体物理におけるソリトン共鳴現象と関係し、そして(iii)ソリトン方程式の階層の理論に新たな光を当て、乱れた物理系への可積分系の応用を示唆するもので、これら異分野の研究者間の新たな学際研究を切り拓く可能性を秘めている。図 1 に掲げるソリトンをキーワードとした分野横断は、まだ始まったばかりである。

原論文 (2025 年 11 月 26 日公開済)

Tsunami Solitons Emerging from Superconducting Gap

D. A. Takahashi, J. Phys. Soc. Jpn. **94**, 123001 (2025).

< 情報提供 : 高橋 大介 (慶應義塾大学 自然科学研究教育センター) >