

固体電子系のトポロジ

Keyword: トポロジカル絶縁体

1. はじめに

本稿の目的は近年注目を集めているトポロジカル絶縁体の興味深い物理を初学者に紹介することである。トポロジーとは一言で言えば「柔らかな幾何学」である。図形や空間が柔らかく、連続的に変形できるとしたとき、この連続変形で移り変わる図形はすべて同一視する。有名な例はドーナツとマグカップである。これらは連続変形によって互いに移り変わることができ、穴が一つあいた図形としてトポロジカルに同相である。このとき穴の数がトポロジカル不変量として図形（空間）を特徴付けることができる。

2. 量子ホール絶縁体

トポロジーが物理に顔を出した最初の代表例は量子ホール効果である。これは磁場中の2次元電子系においてはじめて観測された現象で、ホール伝導率が、 ν を整数として

$$\sigma_{xy} = \nu \frac{e^2}{h} \quad (1)$$

のように量子化される。電子密度や磁場をわずかに変えても（すなわち連続変形の下で） σ_{xy} の値は変わらない。したがって整数 ν はトポロジカル不変量と見なせる。このときランダウ準位間のエネルギー差がギャップとなって縦伝導率および縦抵抗率は $\sigma_{xx} = 0$ かつ $\rho_{xx} = \sigma_{xx} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) = 0$ になっている。このようにバルク電子の励起にエネルギーギャップがあることがトポロジカル状態において本質的である。量子ホール状態のもう一つの重要な特徴として、試料の境界にカイラルエッジ状態と呼ばれる、ギャップレスな状態が生じる。磁場中電子系の場合、バルクの電子はサイクロトロン運動を行うが、エッジ状態は電子が壁にぶつかりながら境界に沿って進むスキッピング運動として理解できる（図1(a)参照）。

上では外部磁場が印加された電子系を考えたが、スピン軌道相互作用と強磁性磁気モーメントを有する電子系では、

外部磁場が無くてもホール効果が起こる。これを異常ホール効果という。さらに強磁性状態にある2次元電子系にエネルギーギャップが生じ絶縁体となると、外部磁場ゼロでもホール伝導率が量子化する現象、すなわち量子異常ホール効果が起こりうる。この状態のトポロジカルな性質は2次元波数空間（ブリルアン域）に波動関数の位相を貼付けてできた「空間」（数学ではファイバーバンドルという）にできる「穴」によって特徴づけられる。不変量はこの「穴」のまわりを1周したときに蓄積される波動関数の位相（ベリー接続の巻き付き数） $2\pi\nu$ から与えられる。¹⁾

3. トポロジカル絶縁体

時間反転という操作は、ある運動状態に対し、時間を逆に進めた状態に置き換える操作である。運動量 $\mathbf{p}$ 、スピン $\uparrow$ を持った状態 $|\mathbf{p}, \uparrow\rangle$ は、時間反転の下で $|\mathbf{-p}, \downarrow\rangle$ になる。電子が集まってできた多体状態（スレーター行列式）が時間反転操作をする前後で不変であれば、時間反転対称性があるという。外部磁場や磁氣的相互作用があると時間反転対称性が破れる。例えば図1(a)の状況では、すべての電子は反時計回りに運動しているが、これに時間反転を施した状態はすべて時計回りに運動した状態となる。量子ホール状態においては時間反転対称性の破れが本質的役割を担う。

近年、時間反転対称性を有するトポロジカルに非自明な絶縁体が注目を集めている。²⁻⁴⁾これらは（狭義の）トポロジカル絶縁体あるいは量子スピンホール絶縁体と呼ばれている。この系は互いに時間反転な二つの量子ホール状態を組み合わせたものとして理解できる。すなわち、「磁場 $\mathbf{B}$ 」の下でスピン $\uparrow$ の電子が $\nu = +1$ 量子ホール状態にあるとする。一方、スピン $\downarrow$ の電子は「磁場 $-\mathbf{B}$ 」によって $\nu = -1$ 量子ホール状態にあるとする。二つの系は互いに時間反転な関係にあるため、これらを組み合わせた系は時間反転対称性を有する。スピン軌道相互作用がスピン $\uparrow$ と $\downarrow$ で符号の異なる「磁場」の役割を担う。試料端ではヘリカルエッジと呼ばれる状態が実現し、スピン $\uparrow$ とスピン $\downarrow$ が互いに反対の方向に運動している（図1(b)参照）。2次元トポロジカル絶縁体（量子スピンホール絶縁体）はいくつかの理論研究グループにより提案され、実験では水銀テルライドとカドミウムテルライドで作られた量子井戸構造にて実現することがはじめに確認された。³⁾興味深いことに、トポロジカル絶縁体は3次元でも実現することが提唱され、²⁾ビスマス化合物を中心に実験的にも確認されている。⁴⁾

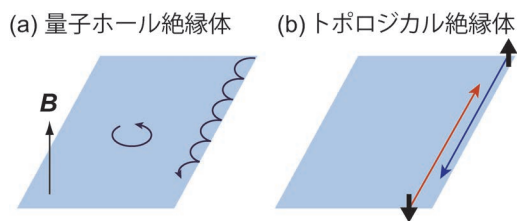


図1 (a) 量子ホール絶縁体、および (b) 2次元トポロジカル絶縁体のイメージ。

4. バルク-表面对应

トポロジカル絶縁体のバルクにはギャップがあるが、試料の境界ではギャップレスの状態が現れる。3次元物質の境界は2次元表面であり、特に単純な系の場合には、この表面状態が形式的に2次元の質量ゼロのディラック粒子として記述される。これまでの研究で、このトポロジカル表面状態は興味深い非自明な性質を持つことが明らかになった。一つは、時間反転対称な摂動に対して表面状態は強固であることである。例えば図2(a)にあるエッジ(表面)状態に何らかの摂動を加えて図2(b)のようにギャップを開けることは時間反転対称性からの要請 $E_{k,\uparrow} = E_{-k,\downarrow}$ によって禁止される(図2(b)では $E_{k=0,\uparrow} \neq E_{k=0,\downarrow}$ になっていることに注意)。乱れに対しても表面状態は強固であり、非磁性不純物の下で3次元トポロジカル表面電子はアンダーソン局在を起こさないことが示されている。⁵⁾ 表面状態を壊す、あるいは絶縁化させるためにはバルク状態を壊すほどのギャップよりも強い乱れを導入するか、あるいは時間反転対称性を破る他ない。言い換えるとトポロジカル表面状態は対称性とバルクギャップの存在によって保護されている。

それでは磁場を印加したり、磁性不純物をドーピング⁶⁾ したりして、時間反転対称性を破った場合には何が起こるだろうか。興味深いことに、3次元トポロジカル絶縁体の表面では半整数量子ホール効果が生じる。^{3,7)} 最近の実験によって、磁性不純物をドーピングしたトポロジカル表面による量子化された異常ホール伝導率が測定された。⁸⁾

5. 交差相関応答

最後にトポロジカル絶縁体の興味深い現象としてトポロジカル電気磁気効果³⁾ あるいは量子交差相関応答と呼ばれるものを紹介する。まずトポロジカル絶縁体の表面に磁性不純物をドーピングするなどして表面を量子ホール状態にする。これをうまくやると、図2(c)のように電場をかけたとき、表面量子ホール電流が試料の周りを循環する。アンペールの法則によれば、この循環電流が試料内部に磁束密度あるいは磁化をつくる。つまりトポロジカル絶縁体に電場をかけると磁気モーメントが発生することになる。同様に、磁場をかけると内部に電気分極が発生することが示せる。電場 E (磁場 B) で磁化 M (電気分極 P) を誘起するというように、電気的自由度と磁気的自由度が交差した形で応答するのが特徴である(図2(d)参照)。その後の研究では、温度勾配によって軌道角運動量が誘起される、あるいは試料の力学的回転によって熱分極が発生するといった熱と力学的回転の間の交差相関応答も提案されている。⁹⁾ このよう

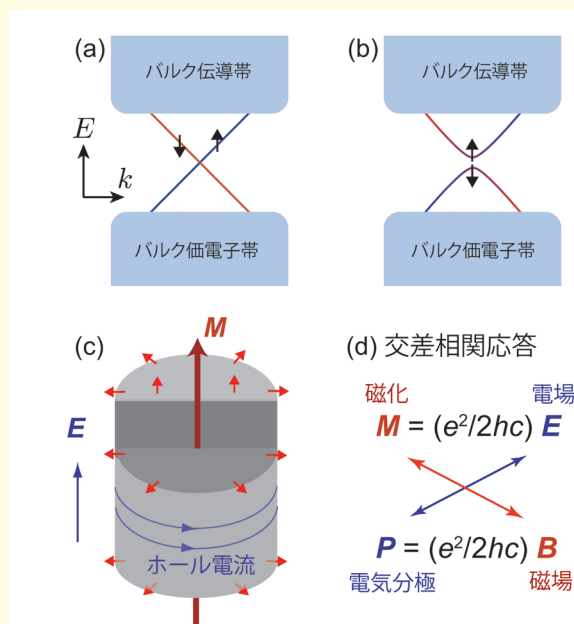


図2 (a) トポロジカル絶縁体のエネルギー分散。(b) 時間反転対称性が破れた場合。(c) 3次元トポロジカル絶縁体における電場による磁化発生メカニズム。(d) 交差相関応答の概念図。

な交差相関応答にはトポロジカル不変量が現れる。したがって量子化されたホール伝導率が連続変形の下で変わらないように、交差相関の関係も連続変形に対し不変となる。

6. おわりに

以上、駆け足でトポロジカル絶縁体の解説を行った。紙面の都合上割愛したが、トポロジカル表面のスピン트로ニクスデバイスへの応用や、超伝導体接合系を用いて量子計算へ応用するといった研究も活発に行われており、さらなる進展が期待される。興味をもたれた若手研究者、学生には是非この分野に参入していただきたい。

参考文献

- 1) M. Kohmoto: Ann. Phys. **160** (1985) 355.
- 2) M. Z. Hasan and C. L. Kane: Rev. Mod. Phys. **82** (2010) 3045.
- 3) X.-L. Qi and S.-C. Zhang: Rev. Mod. Phys. **83** (2011) 1057.
- 4) Y. Ando: J. Phys. Soc. Jpn. **82** (2013) 102001.
- 5) K. Nomura, et al.: Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 146806.
- 6) Y.-L. Chen, et al.: Science **329** (2010) 659.
- 7) K. Nomura and N. Nagaosa: Phys. Rev. Lett. **106** (2011) 166802.
- 8) C.-Z. Chang, et al.: Science **340** (2013) 167.
- 9) K. Nomura, et al.: Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 026802.

野村健太郎(東北大学金属材料研究所)

(2013年11月15日原稿受付)