

超弦理論の主役 D ブレーン

—ゲージ場の理論と超弦理論の接点—

Keyword: D ブレーン

D ブレーンは、超弦理論^{*1}の研究において、双対性の研究以降、常に主役であった。特に、ハドロン物理、凝縮系物理等とも関係の深い AdS/CFT 対応に関係して、近年の超弦理論の研究を理解するうえで欠かせないものである。この D ブレーンとは何か、そして、超弦理論の非摂動的な理解に、いかに重要な役割を果たすのかを以下で説明したい。

まず、弦理論がどのようなものかを説明する。場の理論は、(摂動的には)時空を伝搬する粒子によって記述されるが、摂動的な弦理論は、閉弦と呼ばれる端を持たないひもでこの粒子を置き換えたものである。ここで、摂動論は場の理論のほんの一側面しか記述できないことを思い出すと、弦理論においても非摂動的な理解が重要であることがわかる。しかし、D ブレーンの理解が進む以前は、非摂動的には弦理論はほとんど何も理解されていなかった。

1. D ブレーンとは？

D ブレーンとは何か？ まず、ブレーンとは、空間的な広がりを持った物体の総称で、粒子、ひも、膜などを含む。D ブレーンは、弦理論において、「弦が端をもてる物体」というのが一つの定義と言って良い。^{*2}つまり、D ブレーン上では、弦が切れて端を持つことができる。しかし、この定義からは、そもそもなんでそんなものを考えるのかわからないだろう。そこで、これから、全く違う観点から D ブレーンを導入する。

弦理論に限らない一般的な話として、作用が与えられた時、対称性と、それに伴う保存量を考察することは重要であろう。決まった保存量を持つ粒子のうち、最小の質量を持つものは当然安定である。例えば、素粒子標準模型でいえば、十分低エネルギーで残る対称性は電磁気学におけるゲージ対称性であり、安定な粒子は電荷を持つ電子(や磁荷を持つ磁気単極子)である。

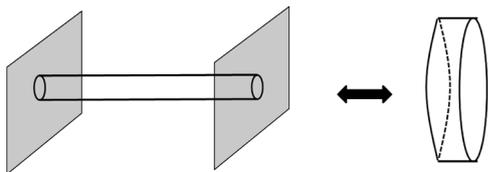


図1 (左)開弦が、D ブレーンから放出されて、時空を伝搬した後、他のD ブレーンに吸収される様子 (tree level のファインマン図)。 (右) この図は、開弦が一周回って戻ってくる様子 (1-loop 図) だと解釈しても良いはず。経路積分では、全ての可能な伝搬の仕方が現れることに注意。

超弦理論では、この電子に対応するものはあるだろうか？ まず、どのような保存量があるかを考えよう。閉弦は、その振動のパターンにより様々な粒子とみなせるが、エネルギーが非常に小さい状態だけを考えると、質量ゼロの粒子と見なして良い。この粒子は10次元の超対称性を持ったある重力理論(超重力理論)で記述されることが弦の摂動論からわかる。^{*3}この超重力理論は時空のメトリックの他に、 $B_{\mu\nu}$, A_μ , $A_{\mu\nu\rho}$ のような反対称化された添え字を持つ場を含む。これは、電磁気のゲージポテンシャルの高次元への一般化のようなものであるが、ベクトルであった電磁場から、反対称テンソルに一般化されている。このような場もゲージ対称性を持つため、保存量が定義される(簡単のため、以後、電荷と呼ぶ)。しかし、ガウスの法則も反対称テンソルで置き換わったものになるため、電荷を持つ物体は、粒子から、高次元に広がったブレーンに置き換わる。^{*4}

D ブレーンとは、 $B_{\mu\nu}$ 以外のゲージポテンシャルに対応する荷電ブレーンのことである。^{*5}電子の例のように、D ブレーンも電荷を持つ安定な状態であり、超弦理論で重要な役割を果たすことが予想される。ここで、最小の電荷を q とした時に、電荷 Nq を持つブレーンの系は、 N 枚の D ブレーンがあると見なせる。実は、互いに離れた平行な N 枚の D ブレーンは、電荷による斥力(クーロン力)と引力(重力)がちょうど釣り合うために安定な配位となる。^{*6}

この D ブレーンは、超重力理論では、荷電ブラックホール解の高次元での類似物として(非常に多くの D ブレーンが集まった場合は)記述される。しかし、この超重力理論による低エネルギーでの古典的な記述だけでは、D ブレーンについてほとんど何もわからない。

次に、この D ブレーンが弦の摂動論ではどう見えるかを考えてみよう。まず、超重力理論の作用を見る。すると、D ブレーンの単位体積当たりのエネルギーは、閉弦の相互作用の強さ g に反比例することがわかる。これと重力定数が g^2 に比例することから、D ブレーンの「厚み」は、 g に比例することもわかる。弦の摂動論は g を無限小として展

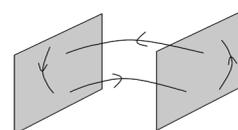


図2 N 枚の D ブレーンがある場合、 $N \times N$ 種類の開弦が存在する様子を $N=2$ として描いた図。(ある時間で止めた様子を描いている。)

開するので、Dブレーンは厚さがなく、さらに、無限に重いことから、固定された背景(外場)と見なせるようになる。この外場は質量を持つので、重力子、つまり、閉弦の放出源となっているはずである。この様子が図1左で描かれているが、この図は弦がDブレーン上で端を持っているということを意味する。(これは、図1左を連続的に動かして得られる図1右を見るとわかりやすい。)さらに、適切な境界条件を弦の端で課せば、図1の寄与が消えて、重力と高次元化されたゲージ場の寄与が釣り合っていることがわかる。つまり、電荷を持ったブレーンは、摂動的には弦が端を持てる厚さを持たない背景として記述される。¹⁾

この端を持つ弦(開弦)の摂動論からは、質量ゼロの場として通常のゲージ場がDブレーン上に局在して存在することがわかる。特に、 N 枚のDブレーンは、ゲージ群を $U(N)$ とする非可換ゲージ理論で(低エネルギーでは)記述されることがわかる(図2参照)。ここで重要なことは、摂動論から導出されたにも関わらず、非可換ゲージ理論自体は非摂動的に定義され得ることである。

2. Dブレーンの有用性

結局、電荷を持った安定なDブレーンは、低エネルギーでは(非摂動的に)非可換ゲージ理論で記述される。超弦理論とゲージ場の理論の間のこの具体的な結びつきがDブレーンによって与えられたことから、これまでに多くの重要な結果が得られている。

1. ブラックホールのエントロピーの統計力学的な導出: ゲージ理論でエントロピーを計算することにより、Dブレーンの二つの見方を使って、地平面の面積に比例するブラックホールのエントロピーが統計力学的に導出された。

2. AdS/CFT対応: 上の考察をさらに深めることにより、ある共形不変なゲージ場の理論とある重力理論が同じものだとするAdS/CFT対応が発見された。これは、低エネルギー有効理論を考えることが、(高次元に広がった)ブラックホールを用いた記述では地平面近傍(AdS空間となる)を考えることに対応することから導かれる。

3. 弦理論の双対性: 理論の間の同等性を意味する双対性は、対称性とその電荷を持つものが正確に対応するかをまず確かめる必要がある。そのため、弦理論の双対性の発見に関して、荷電Dブレーンは決定的な役割を果たす。

4. 場の理論の厳密な解析: 弦理論の双対性を使うことにより、超対称ゲージ場の理論の厳密な解析が超弦理論を使うことで行えることがある。

5. 素粒子現象論の模型: Dブレーン上には非可換ゲージ場がいるため、ブレーンを使った標準模型を含み得る模型を考えることができ、様々な新しい可能性が示唆さ

れた。

6. 非可換幾何: 実は、複数のDブレーンを考えると、ゲージ場だけでなくDブレーンの位置を表す座標も一般には行列となるため、非可換幾何と関係する。

他にも数学への応用等の様々な重要な結果がある。また、これまでは安定なDブレーンを考えてきたが、Dブレーンとその反対の電荷を持った反Dブレーンの組を考えることもできる。(電子-陽電子系のようなもの。)このような、安定でないDブレーンの系についても興味深い結果がある。^{*7}

3. おわりに

超弦理論の摂動論を超えた研究は、試行錯誤を繰り返しながら現在まで発展を続けている。その中で、Dブレーンは主役であり続けた。しかし、現在の我々の超弦理論の理解は、木を見ているだけで、森を見ることができていないという印象が強い。今後、Dブレーンを通じて、まだまだ多くの驚きが超弦理論の研究から与えられると期待したい。

最後に、Dブレーンの参考文献としては、弦理論の教科書でもある文献2が良いだろう。日本語で書かれたDブレーン参考文献としては、例えば文献3がある。

参考文献

- 1) J. Polchinski: Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4724.
- 2) J. Polchinski: *String Theory* (Cambridge Univ. Press, 1998).
- 3) 太田信義:『超弦理論・ブレイン・M理論』(シュプリンガー・ジャパン, 2002); 橋本幸士:『Dブレーン—超弦理論の高次元物体が描く世界像』(東京大学出版会, 2006); 今村洋介:『超弦理論の基礎—弦とブレーンの導入から』(サイエンス社, 2011).

寺嶋靖治(京都大学基礎物理学研究所)

(2014年2月19日原稿受付)

*1 超弦理論は、量子重力や非可換ゲージ場の理論等は無矛盾に含むと考えられている理論であり、標準模型を超える素粒子現象論の有力な候補として、また、強結合の場の理論の解析、数学への応用等、非常に興味深い理論である。しかし、超弦理論の摂動的な「定義」は存在するが、摂動を超えたきちんとした「定義」として確定したものはない。従って、現在のところ、超弦理論とは、摂動的弦理論を含むように理論を整合的に構成しようとする試みであるとも言える。もちろん、この整合性の条件は非常に強く、我々の想像をはるかに超える非自明な理論が存在することが専門家の間では信じられている。

*2 具体的にどのようなDブレーンが存在できるかは、理論が整合的になることから決める。

*3 ここでは話を具体的にするため、平坦な10次元時空上のIIA型超弦理論と呼ばれるもの考える。

*4 ブレーンの広がっている時空間(時間方向も含めた)次元はゲージポテンシャルの添え字の数と同じ。

*5 $B_{\mu\nu}$ は、弦自体が持っている電荷に対応する。また、電荷の最小の値は理論の整合性から決まるので、最小電荷、最小エネルギーを持つブレーンを考えることができる。これは超対称変換の一部を保つ。

*6 これは超対称性が残るためである。

*7 一例をあげると、あらゆるDブレーンを組み合わせた系を考えたとしても、次元が決まった(例えば粒子的な)Dブレーンと反Dブレーンの束縛状態と見なせることが知られている。これは、Dブレーン上のゲージ場を介して、K理論、Kホモロジーと呼ばれる数学と関係する。