

AGT 対応 予想から証明へ



瀧 雅人

理化学研究所理論科学連携研究推進グループ (iTHES)

遠い未来の論文誌が手に入り、問いの数々への解答が垣間見れたならば、と夢想された事のある方は少なくないのではないだろうか？ もちろんこのような事は不可能だが、双対性という不思議な性質は、しばしば「未来の知識を垣間見る」ような感覚を引き起こす。

二つの異なる理論が同じ物理を記述しているとき、それらの間には「双対性」(duality)がある、という。ひとたび非自明な双対性が発見されれば、伝統的な手法の射程を大きくこえて理論を理解する事ができる。実際、AdS/CFTに代表されるような様々な双対性の発見が、近年の弦理論の発展を牽引してきた。

そして2009年、Alday, Gaiotto および立川は、超対称ゲージ理論に関する、全く新しいタイプの双対性を発見する。それが本稿の主題、「AGT 予想 (AGT 対応)」である。この予想における主役は4次元時空中の $N=2$ 超対称理論と、それに付随して定まる2次元の共形場理論であり、それらの分配関数と相関関数が厳密に一致するというのが、彼らの予想である。この数十年の研究により、どちらの理論も、量子効果と対称性による拘束が競合した結果、とても非自明な形で解けてしまう理論である事がわかっている。その両者が実は密接に関係しているという事実は、その物理の重要な「何か」がいまだに理解されていない事を示唆する。

これまでに AGT 予想に対する数多くの拡張やチェックがなされ、この予想は広汎

な理論たちの間に対して成立している一般的な性質だと考えられている。特に Gaiotto の発見したクラス S というグループに属した4次元理論であれば、AGT 予想が成立している証拠がある。そこで次に理解すべきは、このような現象の起こる物理的なメカニズムである。完全では無いものの、有望なシナリオがいくつかある。その一つは、超弦理論の親玉である M 理論に起源を求める考え方である。M 理論には、M5 ブレインという6次元のな広がりを持つ高次元の膜的な物体が存在する。このブレインの広がりを2次元と4次元時空に分け、一方をつぶしてしまうと、残された空間にのみ住む理論が得られる。これによりゲージ理論と共形場理論が結びつくという説明法がそれである。M5 ブレイン上に励起する物理的自由度に関してはよくわかっていない事が多く、この「導出」は完全ではないが、いくつもの傍証が見つかっている。また興味深い事に、AGT 予想を理解する事で M5 ブレインに関する理解が進展する可能性もある。

AGT 予想に関する数学的な理解にも進展がみられる。特に Maulik と Okounkov は、ゲージ理論側を記述するインスタントン解のモジュライ空間のコホモロジーに、2次元共形対称性の表現空間としての構造が入る事を示し、予想の一部の証明に成功した。また逆に Alba らは、2次元共形対称性の表現の上に、インスタントンモジュライ空間と類似の組み合わせ論的な構造が隠れている事を示す事で、予想の一部を証明した。

—Keywords—

超対称ゲージ理論：

素粒子を記述する基礎理論であるゲージ理論は、一般には激しい量子論的效果により定量的計算が困難になる。このようなフェルミオンとボソンの入れ替えのもとでの超対称性を課すことで、量子論的效果は抑えられ、しばしば理論の振る舞いが良くなる。そのため超対称なゲージ理論は非常に詳細にわたるまで解析することができる。

共形場理論：

臨界点においては物理現象を特徴付ける距離スケールが失われるため、このような物理はスケール不変な物理理論で記述される。共形場理論とは、時空の各点で勝手なスケール変換を行っても理論自身が不変であるものであり、臨界現象の理解に対して統一的な視点を与える。

インスタントン：

場の理論には基本場以外にも、場の配位がトポロジカルにねじれることで生じる非自明な励起状態がある。ゲージ理論におけるインスタントンもその一例であり、時空の一点に局在化したようなゲージ場の配位で与えられる。