

# 新奇的な量子ホロノミー

## —断熱サイクルで変わらないこと，変わること—

田中 篤司<sup>†1</sup> 〈首都大学東京理工学研究科 tanaka-atushi@tmu.ac.jp〉

全 卓樹<sup>†2</sup> 〈高知工科大学 taku.cheon@kochi-tech.ac.jp〉

物理系の量子状態を自在に操れるならば、多くの物理学者の願望が満たされるだけでなく、量子情報処理のような学際的な研究でも大いにインパクトがあるはずだ。しかし、量子状態は攪乱に弱いので正確な制御は容易ではない。ここでは、系に印加する外場を利用した断熱的な制御に着目したい。例えば、静止したスピンの平行な（古典）磁場を印加したあとで、磁場の向きを十分ゆっくり動かすと、これにスピンの向きが追従する。量子状態の断熱的な制御は概念的に簡明であると同時に頑健でもあると考えられている。

このスピンに断熱サイクルを施す。つまり、磁場を閉じた経路に沿って十分ゆっくりと一周させる。サイクルの最初と最後をくらべてスピンは変化するだろうか？ 多くの場合スピンの期待値は元に戻るが、ベリーは波動関数に幾何学的な位相因子が現れることを指摘した。これは、微分幾何学的な解釈から量子ホロノミーとも呼ばれ、量子物理学の要所、例えば量子ホール効果の久保公式などに顔を出すことが知られている。

いつでも断熱サイクルは量子系の期待値を元に戻すだろうか？

多くの文献での想定とは異なり、この答は「否」だ。断熱サイクルの結果として期待値が元に戻らないことは、その背後にある量子系の定常状態が変化したことを含意する。つまり、そのようなサイクルは断熱的に系を励起させたり、あるいは逆にエネ

ルギーの低い状態へと導く。もしくは、等価なことではあるが、複数の定常状態を断熱サイクルが交換させたと考えてもよい。この現象は、量子ホロノミーとの類似から「新奇的な量子ホロノミー」(exotic quantum holonomy)と呼ばれる。この現象はスピン特有のものではなく、離散的なエネルギー固有値を持つより一般の物理系でも起き得る。

新奇的な量子ホロノミーは一見すると意外で奇妙だが、とりたてて自然法則と矛盾するものでもない。むしろ、大半の基本的な例が前世紀には気づかれなかったことが奇妙なことのようにも感じられる。最初の報告例は一般化点状ポテンシャル下の質点である。その後、フロケ系（周期外場を受ける系）、量子回路、量子グラフ等でさまざまな例が見いだされてきた。近年ではLieb-Liniger 模型（一次元ボーズ粒子系）のような多体系での例も報告された。ただし、これらの例を実験で直接的に検証した報告はまだない。応用としては断熱量子計算の加速が論じられた。

具体例の探索と平行して、数理的な背景も明らかにされてきた。そこでは、サイモンや藤川が導入した幾何学的位相の理論的枠組みが引き継がれた。ここから、非エルミート系の量子論との繋がりも見いだされた。さらに、アハロノフ-アナンダン流の非断熱幾何学位相の、新奇的な量子ホロノミーにおける対応物も発見された。

これらの結果から新奇的な量子ホロノミーは、量子力学に内在する位相幾何学（トポロジー）的な側面の一つだとみなせる。

### —Keywords—

#### 断熱定理：

閉じた量子系を定常的な束縛状態に準備した後で、系のパラメーターを、その変化率 $v$ を十分小さくして動かす場合、系の状態が時々刻々の定常状態に滞り続けること。なお、非断熱遷移の大きさは、ランダウ=ツェナー公式等では $v$ について指数関数的に小さいため、ここから実効的に断熱的な時間発展を実現するための $v$ を見積もれる。

#### (通常の) 量子ホロノミー：

閉じた経路に沿った断熱的な時間発展（断熱サイクル）の結果、量子状態が位相を除いて元に戻る場合がしばしばある。このときの位相変化は（擬）固有エネルギーに由来する動力学的な寄与に加え、幾何学的位相（あるいはベリー位相）と呼ばれる寄与を持つ。幾何学的位相は微分幾何学のホロノミーと結びつくので、このような現象は量子ホロノミーと呼ばれる。

#### 新奇的な量子ホロノミー：

断熱サイクルによって、（擬）固有エネルギーや固有空間が変化すること。これらは、通常の量子ホロノミーとは解釈できない。

#### フロケ系：

時間について周期的な外力を受ける系のこと。その周期についての時間発展作用素をフロケ作用素と呼ぶ。

<sup>†1</sup> <http://researchmap.jp/tanaka-atushi/>

<sup>†2</sup> [http://researchmap.jp/T\\_Zen/](http://researchmap.jp/T_Zen/)