

熱機関の効率と仕事率についての普遍的なトレードオフ関係

白石直人 〈慶應義塾大学理工学部物理学科 shiraishi@rk.phys.keio.ac.jp〉

齊藤圭司 〈慶應義塾大学理工学部物理学科 saitoh@rk.phys.keio.ac.jp〉

田崎晴明 〈学習院大学理学部物理学科 hal.tasaki@gakushuin.ac.jp〉

熱力学は理工系の大学生のほぼ全員が学ぶ基礎的な物理学の分野である。第一法則と第二法則を中心にした独自の論法から非自明で実用的な結論が導かれる様子に感銘を受けた人も多いだろうし、一方で、力学や電磁気学とは違って曖昧模糊としたマクロな対象を扱う奇妙な学問だと感じた人もいよう。いずれにせよ、熱力学は遠い過去に完成された学問であり、その周辺には研究すべき素材など残されていないと思っている人がほとんどだろう。

しかし、実際には、熱力学に関わる未解決問題は数多く残されていて、現代的な研究の対象にもなっている。本稿では、その一例として、熱力学の定番の対象である熱機関に関する我々の新しい定理を紹介する。我々は、おそらくカルノーの時代から多くの人が抱いたであろう「許される最大の効率であるカルノー効率を達成し、かつ仕事率がゼロでない熱機関は可能か？」という疑問に対して「不可能だ」という一般的かつ決定的な結論を得たのである。

熱力学の教科書に登場するような一般的な熱機関を考えよう。高温の熱浴から熱を吸収し、低温の熱浴に熱を放出し、吸熱量と発熱量の差を力学的な仕事として外に取り出す装置だ。熱機関は石炭による火力発電などで今も用いられている。

効率（吸収した熱のうち仕事として利用された割合）は熱機関の性能を表す重要な指標である。熱力学で学んだように、効率は熱浴の温度だけで決まるカルノー効率を決して超えない。一方、実用性を考えると、仕事率（単位時間あたりに生み出される仕事）も重要な指標である。

有名なカルノー機関の場合、効率は望みうる最大のカルノー効率を達成するのだが、準静的過程を用いるため仕事率の方はゼロ

になってしまう。これでは使い物にならない。この状況は、効率を高くしたために仕事率が犠牲になったように見える。これはどのくらい一般的なことなのだろうか？物理法則が許す範囲で、ありとあらゆる仕掛けを用い、様々な賢い工夫をすることで、効率はカルノー効率に一致するが仕事率はゼロにならないような熱機関を設計できるだろうか？我々はこの自然な疑問を解決した。我々は、一般的な熱機関の効率と仕事率がきれいなトレードオフの関係を満たすことを証明し、その帰結として、このような「夢の熱機関」は決して作れないことを示したのである。

この結果の背景には非平衡統計力学の研究の蓄積がある。そもそも、この研究では「マクロな系をマクロな視点から扱う」という熱力学の方法を離れ、無数の微小な粒子についての古典力学とマルコフ過程によって熱機関を記述している。このようなモデル化の方法はアインシュタインのブラウン運動の理論以来の長年の研究に支えられている。

さらに、今回の結果が可能になったのは、非平衡統計力学の分野でこの20年ほどの間に急激に進化した「ゆらぎ系の熱力学」についての知見があったからだ。ゆらぎの定理、ジャルジンスキー等式などのキーワードを目にしたことがあるかもしれない。これらのテーマに関連して深められたエントロピー生成率の概念などが我々の仕事でも重要な役割を果たしている。「ゆらぎ系の熱力学」の従来の研究の多くはミクロな系で意味を持つ新しい物理を指向していたが、本研究のように、ミクロな視点に立つ非平衡統計力学からマクロな系のマクロな性質を議論する方向もこれからさらに発展していくことを期待している。

—Keywords—

ゆらぎ系の熱力学：

従来の熱力学は熱ゆらぎが無視できるマクロな系を対象としてきた。これに対し、熱ゆらぎが無視できないような小さな系に対しても、エントロピーや熱を適切に定義すれば、熱力学第一法則や第二法則といった熱力学関係式が成り立つことが90年代後半にかけて理解された。小さな系においては、こうした既知の結果のみならず、ゆらぎの定理のような新しい関係式も次々と発見されている。こうした体系は総称して「ゆらぎ系の熱力学」と呼ばれている。

ジャルジンスキー等式：

小さな系の等温過程においては、取り出される仕事の大きさは試行ごとに異なる確率的な量である。その過程で取り出された仕事を W 、前後の自由エネルギー差を ΔF とすると、 $\langle e^{W/\Delta F} \rangle = e^{-\Delta F/\Delta F}$ という関係式が成り立つ。この関係式がジャルジンスキー等式である。ただし $\langle \cdot \rangle$ は試行ごとのゆらぎを平均したものである。この関係式は、自由エネルギー差よりも多くの仕事を取り出せる、すなわち第二法則を破るような「まれに起きるイベント」が大きな役割を果たすという、興味深い性質を持っている。本文中の「ゆらぎの定理」も、ジャルジンスキー等式と同様の形の式と同様の性質を持った関係式である。

エントロピー生成率：

注目する系と熱浴のエントロピーの総和の単位時間あたりの増加量をエントロピー生成率と言う。特に、系のエントロピーをシャノンエントロピーで、熱浴のエントロピーを熱力学エントロピーで定義すれば、小さな系においても熱力学第二法則が満たされる。