

ホログラフィー原理——素粒子分野から広がる双対性

橋本幸士 (大阪大学大学院理学研究科 koji@phys.sci.osaka-u.ac.jp)

1. ホログラフィー原理

ホログラフィー原理とは、AdS/CFT対応、ゲージ重力対応とも呼ばれる対応のことである。1997年にマルダセナ (J. Maldacena) が具体的な対応を初めて主張した論文¹⁾が、素粒子・原子核分野で最も多く引用されている論文 (2019年現在) であることから分かる通り、arXivが創始されたおよそ30年前から見て、ホログラフィー原理はこの分野に最も影響力があった概念であると言えるかもしれない。これは、 $d+1$ 次元の漸近反ドシッター (AdS) 時空における量子重力理論と、重力を含まない d 次元時空における場の量子論 (特に共形場理論 (CFT)) との、等価性のことである。^{*1}

ホログラフィー原理はなぜ成立するのだろうか。マルダセナが示した最初の例である、 $\mathcal{N}=4$ 超対称ヤン-ミルズ理論とII B型超重力理論との対応は、双方の対称性が同じであり、弦理論のDブレーンの2つの見方から類推された。しかし、一般的な証明は未だ与えられていない。将来、汎用的な証明が与えられた際には、「重力は創発現象である」という言葉の意味するところが物理学的に明確になり、我々の宇宙の重力現象の基礎的理解に大きく貢献するのは疑いがない。そこまでは到達していない現況において、1997年の発見以来のホログラフィー原理の研究は、2つの種類に大きく分けられると考えられる：第一に、ホログラフィー原理の計算による確認と新しい辞書作り、第二に、その原理の応用による多様な物理学の重力的理解、である。以下では主に後者の研究の進展を振り返ってみたい。

歴史的には、トーフフト (G. 't Hooft) やサスキンド (L. Susskind) が、ブラックホールのエントロピーを地平面の面積に関連付けたベケンシュタイン (J. Beckenstein) の公式を概念的に拡張して「ホログラフィー原理」を唱えた1994年頃から既に、弦理論を含む量子重力における現象は空間次元が下がった量子論と深く関係していることが分かりつつあった。その後、マルダセナはそこに具体例を提示した、と位置付けることができる。それ以降の発展が著しいのは、マルダセナの例を変形することで多様な検証が進むこと、そしてマルダセナの例がヤン-ミルズ理論という素粒子論の根幹をなす量子論であった、ということに起因している。すなわち、以降の発展の一部は、こういった素粒子原子核物理学で培われてきたゲージ理論の土壌の上に成立しており、そのため多様な応用研究が生まれるのは自然であったとも言える。なお、本稿のタイトルには「素粒子分野から広がる双対性」とあるが、ホログラフィー原

理は、重力相互作用を持たない量子論においてある種の極限をとると重力現象が現れるという意味で、既に分野をまたぐものである。

2. ハドロン物理学と弦理論の再邂逅

マルダセナのAdS/CFT対応は、重力相互作用のないCFT (共形場理論) とAdS時空上の超重力理論との対応であるが、この後者「重力側」は、実際には量子重力理論、正確にはII B型超弦理論である。すなわち、 $\mathcal{N}=4$ 超対称ヤン-ミルズ理論などのゲージ理論が、弦理論と等価になるという予想である。重力だけではなく弦の励起が含まれているということが具体的に示されたのは、pp-wave極限と呼ばれる状況を考えた2002年のベレンシュタイン (D. Berenstein)、マルダセナ、ナスタセ (H. Nastase) の論文³⁾であった。

弦理論の歴史は、南部陽一郎、ニールセン (H. Nielsen)、サスキンドらが1970年頃にハドロンの自由度を与える物体として弦を導入したことから始まる。その後、ハドロンはクォークとグルーオンから構成され、ヤン-ミルズ場を含む量子色力学 (QCD) として定式化されたため、ハドロンと弦との関係は、弦による定式化というより、クォークとグルーオンによって如何にQCD弦を有効的な記述として出すか、すなわち閉じ込めの証明の問題、へと姿を変えた。

弦理論は重力を含む量子論すなわち統一理論として研究が進められたが、1997年のAdS/CFT対応の発見からほどなくして、ハドロン物理と再邂逅することになる。5年ほどの間に辞書作りが進み、特に、超対称性を破る方法、基本表現のクォークを導入する方法が発見され、QCDに近い理論をAdS/CFT対応で研究することが可能となった。これは、超弦理論を漸近AdSの時空上で考えると、QCD的なゲージ理論で書くことができる、ということを行っているため、ハドロンの弦理論としての超弦理論が、AdS/CFT対応に強固な基礎を得ることになったのである。

AdS/CFT対応を用いてQCDを研究する分野は「ホログラフィックQCD」と呼ばれて確立し、酒井-杉本模型⁴⁾のような、QCDのカイラル対称性の破れなどの特徴を捉えた弦理論が考案された。さらには、QCD相転移をブラックホールの重力現象と理解できるだけでなく、重イオン衝突実験で確認されたクォークグルーオンプラズマの粘性が小さいという性質を、AdS/CFT対応の重力側での計算⁵⁾で説明できる。このように弦理論がQCD現象論として機能することが示され、弦理論の研究上の立場も変化した。現

在も QCD の有効模型として精力的な研究が続く。

3. 超伝導から多様な物質系へ

AdS 時空中のスカラー場がブラックホールの地平面近傍で凝縮しうることから、CFT 側では超伝導もしくは超流動と考えられるようなホログラフィック模型が、2008 年に考案された。⁶⁾ 一般に高温超伝導物質は電子が強相関相互作用をしており理論解析が難しいが、AdS/CFT 対応では強結合の QFT を古典重力で解析できるという利点がある。

「ホログラフィック超伝導」と呼ばれるこの模型は、ホログラフィー原理に基づいた様々な重力理論により物質の性質を記述する端緒となり、弦理論の応用エネルギースケールを QCD からさらに下げ、物性物理学とも融合する形となった。超伝導現象に限らず、非フェルミ流体などの強相関現象への応用研究が進み、準粒子描像が無い物質系の特徴づけも進んだ。また、時間依存する系や非平衡系など計算が困難な系を古典重力に持ち込んで解くなどの計算がなされた。ホログラフィー原理を通じて、重力との対応から新たに発見された輸送係数も存在する。

ホログラフィー原理の物質への応用は、原理の適用限界を大きく広げた。もちろん、ホログラフィー原理は証明されていないため、元から適用限界がわかっているわけではない。しかし心理的にもヤン-ミルズ理論から離れ、一般の物質系、特にスピン系のように離散的な自由度が格子の上になんだ理論において、臨界点近傍で CFT に近くなるという考えからホログラフィー原理が適用され研究が進展を見せることは、原理の根源的な理解につながる可能性を拓く。

実際、2015 年にはキタエフ (A. Kitaev) が、多数のマヨラナフェルミオンがランダムに全結合する Sachdev-Ye-Kitaev (SYK) 模型を考案し、それが AdS/CFT 対応の良いおもちゃ模型であることを示した。この量子力学は、ある極限で相関関数が厳密計算可能であり、特に非時間順序の相関関数が、重力側でブラックホールの地平面の存在から期待されるカオスのリャプノフ指数の上限に達している。カオスに上限があることは、大自由度極限の場の量子論で期待され、⁷⁾ その上限は重力双対がある場合に満足されることから、SYK 模型とその変形は、ホログラフィー原理の根幹につながっていると考えられている。

4. 量子情報：重力は創発現象か

SYK 模型はマヨラナフェルミオンでできているが、マヨラナフェルミオンの状態とは $|0\rangle$ もしくは $|1\rangle$ であるこ

とから、量子ビットと深い関連がある。上記では物質との関係に重きを置いて解説してきたが、ホログラフィー原理の様々な場の量子論への応用において、もう 1 つの大きな観点にそのエンタングルメント・エントロピーがある。笠-高柳の公式⁸⁾ は、エンタングルメント・エントロピーを漸近 AdS 時空内の極小曲面の面積と関連付け、ベケンシュタインのブラックホールエントロピーの公式を拡張した。量子エンタングルメントは、ゲージ理論のみならずおおよそ全ての量子系で考えられる概念であり、また系の量子性を測る重要な量であるため、笠-高柳の公式はホログラフィー原理の応用を一挙に拡大した。量子ビットがどのようにエンタングルしているかという性質が、双対である重力の時空の存在や性質を決める、ということがわかりつつある。量子情報理論の助けにより、エンタングルメント・エントロピー以外の情報量やそれらの満たす不等式などが精査され、重力側での対応物が発見されている。特に、アインシュタイン方程式の一部が導出されている。

重力双対がある量子系とは、何なのか。ホログラフィー原理の適用限界はどこにあるのか。これらの問いをめぐり、応用先が開拓されることで、驚くべき対応が次々と発見されてきた。その先には、ホログラフィー原理の証明と、我々の宇宙の重力現象が実際にホログラフィックに理解できるものであるのか、という物理の大問題が控えている。

参考文献

- 1) J. M. Maldacena, Int. J. Theor. Phys. **38**, 1113 (1999) [Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998)].
- 2) S. S. Gubser, I. R. Klebanov, and A. M. Polyakov, Phys. Lett. B **428**, 105 (1998); E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253 (1998).
- 3) D. E. Berenstein, J. M. Maldacena, and H. S. Nastase, JHEP **0204**, 013 (2002).
- 4) T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113**, 843 (2005).
- 5) G. Policastro, D. T. Son, and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **87**, 081601 (2001); P. Kovtun, D. T. Son, and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94**, 111601 (2005).
- 6) S. S. Gubser, Phys. Rev. D **78**, 065034 (2008); S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, and G. T. Horowitz, Phys. Rev. Lett. **101**, 031601 (2008).
- 7) J. Maldacena, S. H. Shenker, and D. Stanford, JHEP **1608**, 106 (2016).
- 8) S. Ryu and T. Takayanagi, Phys. Rev. Lett. **96**, 181602 (2006).

(2018 年 11 月 27 日原稿受付)

*1 GKP-Witten 関係式²⁾と呼ばれる次式が、左辺の重力を含まない場の量子論と右辺の漸近 AdS 時空上の重力理論とを関係付けている：

$$\left\langle \exp \int \phi_0(x) \mathcal{O}(x) \right\rangle_{\text{CFT}} = \exp \left[-S_{\text{重力}}[\phi] \Big|_{\phi(r=\infty)=\phi_0} \right]$$

ここで左辺は場の量子論の生成汎関数で、演算子 $\mathcal{O}(x)$ のソースが $\phi_0(x)$ となっており、一方右辺は重力理論の古典作用に場 $\phi(x, r)$ の AdS 境界 $r \rightarrow \infty$ における境界値が $\phi_0(x)$ である古典解を代入したものである。左辺のゲージ群の階数が大きく、強結合の極限において、右辺は古典重力理論となる。