

トポロジーと創発現象

永長直人 (理化学研究所創発物性科学研究センター, 東京大学工学系研究科 nagaosa@riken.jp)

はじめに

位相幾何学(トポロジー)は数学の一分野で、微分幾何学、代数幾何学、などの共通集合として今日も発展が続いているが、特に物理学との関連において、その重要性がますます高まっている。その中でも Kosterlitz-Thouless 転移、TKNN 公式、Haldane ギャップなどの功績に与えられた 2016 年のノーベル物理学賞¹⁾に象徴されるように物性物理学におけるトポロジーはこの 30 年で飛躍的な進歩を遂げていると言っても過言ではない。一方で、構成要素からは想像もできないような現象・機能が集団として現れるという「創発性」の概念が、還元主義に対するもう 1 つの立場として提唱され、やはり物性物理学における指導原理となりつつある。対称性の破れと強相関効果がその代表例として挙げられる。この両者は現在も絡み合いながら豊富な物理を提供し続けている。

トポロジーと物性物理学：20 世紀末までの展開

物性物理学においてトポロジーの概念は、秩序状態の欠陥の分類において早い時期から活用されてきた。創発現象の代表例である自発的対称性の破れを群論によって特徴づけた後、その秩序パラメータ空間の構造をホモトピー群によって分類するというのがその基本的アイデアで、磁性体、液晶、ヘリウム、超伝導、など広範な対象に対して統一的な視点を与える。²⁾ その中でも 2 次元の超伝導体やヘリウムに対応する XY 模型の渦糸集団が、トポロジカルな相転移を引き起こすという Kosterlitz-Thouless 転移はその後の発展に大きな影響を与えた。³⁾

一方、量子系におけるトポロジカル状態の源流は量子ホール効果である。界面に捕捉された 2 次元半導体電子の磁場下でのホールコンダクタンスが、非常な精度で素電荷 e とプランク定数 h の組み合わせ e^2/h の整数倍に量子化されるという観測結果は、乱れを含む固体電子系において、基礎定数だけで定まる物理量が見いだされたことを意味し、当時大きな衝撃を与えた。⁴⁾ さらに 1982 年には e^2/h の分数倍のホールコンダクタンスが発見され分数量子ホール効果と名付けられたが、⁵⁾ その後 Laughlin によって電子間のクーロン相互作用が存在するときの波動関数が提案され、さらに分数電荷・分数統計を持つ特異な粒子が存在することなどが明らかにされた。⁶⁾ また、これらの量子化したホールコンダクタンスは、試料の端に存在するエッジモードによる 1 次元伝導によっても理解される。つまり、バルクの量子状態がトポロジカルに非自明である場合には、

エッジに必ずギャップレスの状態が存在するという「バルク・エッジ対応」という概念も量子ホール効果の研究から生まれた。これは広い意味でのストークスの定理の物理的応用ともみなすことができる。

創発現象とトポロジーを考える上で、ベリー位相の概念は中心的な役割を占めている⁷⁾が、これを、ヒルベルト空間における「創発電磁場」としてとらえることができる。上述の量子ホール効果に対する Thouless-Kohmoto-Nightingale-Nijs (TKNN) 公式⁸⁾は、まさにホールコンダクタンスが、このベリー位相の運動量空間における積分で与えられるトポロジカル整数(チャーン数)で与えられることを示している。また、粒子交換の際に生じるベリー位相を多電子の波動関数に対して計算することで分数量子ホール系における分数統計が議論されている。このベリー位相の量子スピン系への応用として Haldane Gap をとらえることができる。⁹⁾ 1 次元量子ハイゼンベルク反強磁性体の基底状態および励起状態が、スピン量子数 S が半奇数か整数かで本質的に異なることは、ベリー位相が π の奇数倍か偶数倍かがその本質である。スピン量子数 S が半奇数の場合には量子振幅の間に負の干渉効果が生じる結果ギャップレスの量子液体状態が実現し、その低エネルギー励起はスピン 1/2 の準粒子によって記述される。通常の磁性秩序状態では励起はスピン 1 のスピン波によって記述されることと顕著な対照をなしており、素励起分裂のひな形としてとらえられている。一方、 S が整数の場合には、そのような干渉が起こらず、結果としてギャップに守られた基底状態が現れる。後者は今日では symmetry protected topological state のひな形として認識されている。

トポロジーと物性物理学：21 世紀の展開

21 世紀に入ってからからの進展は、上述の研究で生まれた概念が、広範な物質系、現象へと一般化された過程ととらえることができる。まず、ベリー位相とホール効果の関係は、磁性体における異常ホール効果の機構として再認識され、バンド構造における幾何学的性質が第一原理計算によって明らかにされるとともに、数々の実験結果を再現できるようになった。¹⁰⁾ そしてゼロ磁場でも量子化する異常ホール効果の理論提案と実験による実証も行われ、磁性体において量子ホール効果と同様の物理が存在していることが明らかとなった。さらに、創発電磁場としてのベリー位相をクラマース縮退のある時間反転対称な系に拡張した非アーベルゲージ場が、半導体におけるスピンホール効果を

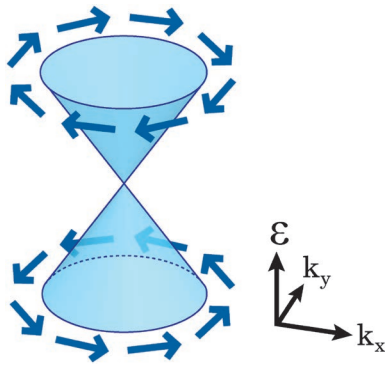


図1 3次元トポロジカル絶縁体の表面状態。線形のワイルフェルミオン分散を持ち、各運動量に対してそのスピン状態が決まってしまう、これをスピン・運動量ロックと呼ぶ。

引き起こすことが提案され、実験でも観測されるに至った。¹¹⁾ このスピンホール効果の研究から、量子スピンホール効果、そしてトポロジカル絶縁体へと理論が発展した。また一般のトポロジカル相に対してK理論を用いた分類理論が構築され、ギャップを持つバンド絶縁体と超伝導体のトポロジカルな周期律表と呼ばれるものが整備された。^{12, 13)}

3次元のトポロジカル絶縁体では、バルク・エッジ対応によって表面において2次元の電子状態が発現する。この表面状態はワイルフェルミオンとして記述されるが、(時間反転を破らない)不純物に対しては局在を起こさない、スピンと運動量が一対一に対応する、などの顕著な性質を持っている(図1参照)。この表面状態は、表面敏感な角度分解光電子分光により多くの物質でその予言が確認された。さらに、この表面状態やスピン軌道相互作用を持つ半導体のナノ細線系でのトポロジカル超伝導およびそれに伴うマヨラナフェルミオンの出現が予言され、実験的な実証研究が進んでいる。マヨラナフェルミオンは量子情報操作におけるトポロジカルに保護された量子ビットとして、応用面からも注目を集めている。表面のワイルフェルミオンだけではなく、バルク状態としてのワイルフェルミオンやディラックフェルミオンもそのトポロジカルな側面が研究され、カイラル量子異常が大きな負磁気抵抗として観測されたり、バルク状態に対応するフェルミアークという表面状態が角度分解光電子分光によって実証されるなどの発展があった。

これらのトポロジカル状態は運動量空間におけるトポロジを反映したものであるが、一方で実空間におけるトポロジの研究も進んでいる。これは欠陥の分類学の発展とも言えるものであり、電子物性と関連して研究されるようになった点が新しい側面である。その一例として、平行で

ない非共線構造を持ったスピン構造の物性物理が発展している。らせんスピン構造を持った磁性絶縁体が電気分極を生じることが理論・実験双方から確立し、磁性と強誘電が共存する「マルチフェロイクス」の基本的な機構となった。¹⁴⁾ また、立体角を持った非共面スピン構造では、創発磁場が発生することがホール効果を通じて確認されている。この観点から特に最近の注目を集めているのは、スキルミオンと呼ばれるスピン構造である。¹⁵⁾ このスピンが作る立体角はホール効果をはじめとする多くの電磁現象に影響を与えるばかりでなく、粒子としてのスキルミオンのダイナミクスに決定的な役割を果たしている。

おわりに：トポロジーと物性物理学のこれから

このようにここ30年の間に、物性物理学はトポロジーと創発性という概念を巡って大きく展開してきたと言える。今後は、運動量空間と実空間のトポロジーがどのように絡み合うか、また分数量子ホール効果におけるようなトポロジーと電子相関の協奏現象が広範な物質系においてどのように現れるか、といった問題が浮かび上がってくるであろう。また、非線形応答を含む非平衡状態の物理におけるトポロジーや創発性の問題も大きな分野として成長する可能性を秘めている。反転対称性を持たない結晶で外部電圧なしで光照射によって自発的に流れるシフトカレントは、ベリ位相と関係していることが知られているが、高効率太陽電池の原理としても興味深い。¹⁶⁾

トポロジーと創発性は次世代量子技術の基礎学理において中心的な概念となることが期待される。

参考文献

- 1) M. E. Fisher and N. Nagaosa, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **114**, 626 (2017).
- 2) N. D. Mermin, Rev. Mod. Phys. **51**, 591 (1979).
- 3) J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, 1181 (1973).
- 4) K. V. Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- 5) D. C. Tsui et al., Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- 6) R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
- 7) M. V. Berry, Proc. R. Soc. Lond. A **392**, 45 (1984).
- 8) D. J. Thouless et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- 9) F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **50**, 1153 (1983).
- 10) N. Nagaosa et al., Rev. Mod. Phys. **82**, 1539 (2010).
- 11) S. Murakami and N. Nagaosa, *Comprehensive Semiconductor Science and Technology* (Elsevier, 2011) Vol. 1, p. 222.
- 12) M. Z. Hasan and C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045 (2010).
- 13) X. L. Qi and S. C. Zhang, Rev. Mod. Phys. **83**, 1057 (2011).
- 14) Y. Tokura, S. Seki, and N. Nagaosa, Rep. Prog. Phys. **77**, 076501 (2014).
- 15) N. Nagaosa and Y. Tokura, Nat. Nanotechnol. **8**, 899 (2013).
- 16) I. Grinberg et al., Nature **503**, 509 (2013).

(2018年9月19日原稿受付)