

超弦理論と一般相対論をつなぐ——Double Field Theory

酒谷 雄峰 (京都市立医科大学 yuho@koto.kpu-m.ac.jp)

超弦理論は重力を含んだ素粒子の統一理論の有力候補であると考えられている。この理論では、物質を構成する素粒子は、大きさを持たない点ではなく、実は観測できないほど短い弦であると考えられる。素粒子が弦で構成されていると仮定すると、点の場合とは異なった不思議な現象が起こる。それに伴って、従来の重力理論である一般相対論とその基礎であるリーマン幾何学は、超弦理論の性質を取り入れたものに修正される必要があると考えられる。近年、超弦理論における T 双対性と呼ばれる対称性に基づいた新たな幾何学が発展し、それを応用した重力理論の研究が進展している。

超弦理論は 10 次元時空において定義されており、現実的な 4 次元の時空を導出するには、10 次元のうち 6 次元は現在の観測にかからない程小さくする必要がある。このように時空の一部を小さくすることをコンパクト化と呼ぶ。例えば、6 次元空間を平坦な空間とし、座標 x を $x \sim x + 2\pi R$ のように周期的に同一視するコンパクト化の方法がある。これはトーラスコンパクト化と呼ばれ、 R をトーラスの半径と呼ぶ。実は、超弦理論においてトーラスコンパクト化を行うと、 T 双対性と呼ばれる弦理論に特有の対称性が現れる。弦理論に特有の長さスケールを l_s とするとき、これは、半径が R のトーラスでコンパクト化された超弦理論と、半径が l_s^2/R のトーラスでコンパクト化された超弦理論が等価であるという対称性である。 T 双対性は、弦が半径 R のトーラスと半径 l_s^2/R のトーラスを「区別できない」ことを示唆しており、例えば T フォールドと呼ばれる異なる半径の 2 つのトーラスを貼り合わせた空間 (右図) 上も、弦は何ら特異性を感じず運動できると考えられる。しかし、 T フォールド上では、空間を一周まわると空間の大きさ・曲率が突然変わってしまうため、通常のリーマン幾何学では T フォールドを大域的に記述できない。

T フォールドのような不思議な空間を記述するには、超弦理論に特有の対称性である T 双対性を尊重した幾何学・重力理論が必要になる。近年、閉弦の場の理論を用いた議論から、 T 双対性に基づく超重力理論として Double Field Theory (DFT) が提案された。DFT では、 T 双対性を明白にするため、トーラス上の通常の座標 x^m に双対座標 \tilde{x}_m を加えた「一般化座標」を導入し、これらの座標を持つ 2 倍の次元を持つトーラス (ダブル空間) における重力理論を考える。ダブル空間上では一般座標変換の定義が通常のものから修正されており、共変微分や曲率テンソルの定義も通常のリーマン幾何学のものとは異なる。そして、この新たな幾何学量を用いれば、一見特異に見える T フォールドの貼り合わせ部分も、実は滑らかにつながっていることがわかる。さらに、DFT の作用は T 双対性が明白になっているため、 T 双対性変換の下で互いに関係づく IIA 型超重力理論と IIB 型超重力理論を、統一的に記述できることもわかった。

最近、DFT の様々な応用が研究されている。特に、超弦理論の対称性を用いることで超重力理論の解を生成する手法が近年急速に進展しているが、その研究の中で「一般化された超重力理論」と呼ばれる変形された超重力理論が提案された。実は、この一般化された超重力理論も DFT から導出できることがわかり、これに基づいた議論から、従来は超弦理論が整合的に定義できないと考えられていた新たなクラスの時空においても超弦理論を定義できる可能性が示唆されている。さらに、従来から研究されている超重力理論の解の生成手法についても、これまでに DFT で開発された様々な手法を応用することで、より一般的かつ明確に議論できるようになっている。今後も、DFT のアイデアをより発展させることで、超弦理論のさらなる進展につながられると期待している。

—Keywords—

超弦理論:

IIA 型、IIB 型、I 型、ヘテロティック $SO(32)$ 、ヘテロティック $E_8 \times E_8$ の 5 つの超弦理論があり、いずれも 10 次元時空を運動する弦を記述する。5 つの超弦理論は双対性と呼ばれる変換を通じて関係づけられ、等価な理論であると考えられている。特に、超対称性の高い IIA 型/IIB 型超弦理論に着目すると、それらの低エネルギー有効理論は 10 次元 IIA 型/IIB 型超重力理論と呼ばれる。

一般化された超重力理論:

10 次元の IIA 型/IIB 型超重力理論に、新たにキリングベクトル場 I を加えることで運動方程式を修正した理論を一般化された超重力理論と呼ぶ。通常の II 型超重力理論と同様、一般化された IIA 型超重力理論と一般化された IIB 型超重力理論は (変形された) T 双対性変換の下で互いに関係づいている。最近の研究から、超弦理論が持つある種の対称性を用いることで、一般化された超重力理論の解を数多く生成できることがわかった。



半径 l_s^2/R 半径 R
 T 双対性変換

T フォールドの模式図。