

混合状態に対する量子情報量とホログラフィー原理

玉岡幸太郎 〈基礎物理学研究所 kotaro.tamaoka@yukawa.kyoto-u.ac.jp〉

梅本 滉嗣 〈基礎物理学研究所 koji.umemoto@yukawa.kyoto-u.ac.jp〉

時空、そして重力の微視的起源を明らかにすることが、物理学における究極の問いの一つであることは間違いないだろう。近年、この問題を考える上で、量子コンピュータなどの基礎ともなる量子情報科学に基づいたアプローチが重要視されている。

この問いは、「重力の量子論がどのように定式化されるか？」と換言できる。重力の量子化は、歴代の物理学者による挑戦を跳ねのけ続けてきた難しい問題だが、この困難を克服できる可能性の一つが**ホログラフィー原理**である。これは、「 $D+1$ 次元の量子重力理論は、 D 次元の重力を含まない量子多体系と等価である」という作業仮説である。実際に、量子重力理論の有力候補である超弦理論において、このホログラフィー原理を具現化した**AdS/CFT 対応**が発見された。この具体例を通して、ホログラフィー原理の核心を明らかにすべく、数多くの研究が進められている。

この文脈において、昨今では量子情報というキーワードを基にした新しい発展が続いている。その火付け役となったのが、 D 次元量子多体系の**エンタングルメント・エントロピー**と $D+1$ 次元重力理論のある種の曲面の面積が等しいことを明らかにした、**筈-高柳公式**である。エンタングルメント・エントロピーは、純粋状態にある2体系の量子もつれ(エンタングルメント)を定量化する情報量である。一方、面積は時空の曲がり方から一意に決まる幾何学量のため、この公式は「量子相関の構造」と「時空の曲がり方の構造」に密接な関係があることを示唆している。

ところが、熱状態などの混合状態を考え始めると、エンタングルメント・エントロピーはもはや量子もつれを定量化する情報量ではなくなってしまう。これと対応する

ように、**筈-高柳公式**に現れる幾何学量だけでは、時空の計量を完全に決定できないことも知られている。事実、エンタングルメント・エントロピーの混合状態への一般化は量子情報理論におけるテーマの一つであり、これまでも文脈に応じて無数の情報量が提案されてきた。

我々は少し見方を変えて、「ホログラフィー原理の観点から“良い”量子情報量は存在するか」という問いを考えた。その結果として、**筈-高柳公式**の一般化を与えるような“良い”量子情報量の候補を二つ発見した。一つは純粋化量子もつれと呼ばれるよく知られた量、もう一つは**オッドエントロピー**と呼ばれる新しく導入された量である。どちらの量も、純粋状態に対してはエンタングルメント・エントロピーと等価である。我々は、これらの情報量が、重力理論と等価な量子多体系において、**筈-高柳公式**に現れる曲面を一般化したもの(エンタングルメント・ウェッジ・クロスセクションと呼ばれる)の面積と等価であることを様々な観点(情報量と幾何学量の満たす不等式の一致や、重力と量子多体系における直接計算の一致など)から示し、一般に成り立つことを予想した。

これらの発見は、単なる公式の一般化にとどまらず、従来の予想(重力理論とホログラフィックに等価な量子多体系では、2体量子相関が支配的である)に修正が必要であることを明らかにするなど、前述の「ホログラフィー原理が成り立つ上で何が重要か？」に対して新しい知見を与え始めている。また、このような情報量はホログラフィー原理の理解を超えて、様々な分野で有用である可能性が高く、今後の更なる発展、応用が期待される。

用語解説

ホログラフィー原理:

量子重力理論は、一つ低い次元の重力を含まない理論で等価に記述できるという予想。「重力が無視できない状況下では、系のエントロピーは、系の表面積をプランク長さ(量子重力のスケール)で測ったものを超えない」という事実(ベッケンシュタイン限界)をもとに、トーフとサスキンドによって提案された。

AdS/CFT 対応:

超弦理論の文脈でマルダセナにより発見された。ホログラフィー原理の代表例。より広く、ゲージ/重力対応と呼ばれる場合もある。具体的には、漸近的反ドジッター時空上の量子重力理論と、その境界上に定義されたある特殊なクラスの共形不変な場の理論の等価性を指す。超弦理論の非摂動的定式化を与えると期待されており、ホログラフィー原理を理解する上で最もよく調べられている。

エンタングルメント・エントロピー:

与えられた2体系の量子状態に対して、縮約密度行列のフォンノイマンエントロピーで定義される。純粋状態に対しては、EPRペア(Einstein-Podolsky-Rosenペア)を単位に、量子もつれを定量化する唯一の量子情報量である。