# 孤立量子系の粒子数揺らぎに現れる界面粗さスケーリング

藤本和 市。〈名古屋大学高等研究院,名古屋大学大学院工学研究科 kazuya fujimoto@rover.nuap.nagoya-u.ac.jp〉

濱崎立資 〈理化学研究所開拓研究本部 ryusuke.hamazaki@riken.jp〉

川口由紀 〈名古屋大学大学院工学研究科 kawaguchi@nuap.nagoya-u.ac.jp〉

私たちをとりまく自然に目を向けると、その多くが時間とともに変化していることに気づくであろう。このような非平衡現象をどのように理解すればよいのか、その探求が長年行われてきた。さまざまな試みがあるなかで、これまで物理量の揺らぎに注目した研究が活発に行われ、いくつかの現象において系の詳細に依存しない普遍的な振る舞いが現れることが明らかにされている。そのイメージしやすい例が乱流かと思う。乱れた流れの中では速度場が時間・空間的に大きく揺らいでいる。この揺らぎの相関関数にスケール不変なべき則が現れることが知られており、さまざまな流体系で同一のべき指数が観測されている。

このような非平衡揺らぎの普遍性を探求 する場として、界面成長ダイナミクスがこ れまで重要な役割を果たしてきた. 界面成 長は平均界面からのずれを定量化した界面 粗さで特徴づけられ、いくつかの理論モデ ルにおいて界面粗さが動的スケーリング則 を示すことが知られている. このスケーリ ング則は Family-Vicsek スケーリングとよ ばれており、3つのべき指数が界面成長ダ イナミクスの普遍性クラスを規定する. 有 名なクラスが Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) クラスであり、KPZ方程式の厳密解からべ き指数のみならず界面揺らぎの分布の性質 までも明らかにされている. さらに液晶を 用いた実験において、これら理論結果が見 事に観測されており、界面成長を舞台にし て、非平衡現象の背後に存在する普遍性の 数理が実験・理論の両側面から現在進行形 で明らかにされている.

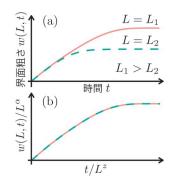
それでは、界面成長の普遍的な物理は量 子系のダイナミクスにおいても存在するの だろうか. 最近, この問いと関係する話題 として、いくつかの量子系においてKPZ クラスに対応するスケーリング則が現れる ことが理論的にわかってきた. 具体的には, Bose 粒子系の粒子数や量子スピン系のス ピンの相関関数に、KPZクラスに対応し た(Family-Vicsek スケーリングとは異な る) スケーリング則が現れることが報告さ れた. また, 励起子ポラリトンBose 凝縮 体では、巨視的波動関数の位相揺らぎに Family-Vicsek スケーリングが現れること が明らかにされた、しかし、これらの先行 研究において Bose 系は平均場近似に基づ いており、また量子スピン系では無限温度 状態を考えているため、量子揺らぎがダイ ナミクスにどの程度影響しているかはよく 理解されていない. さらに, これらの量子 系における "界面高さ" に相当する物理量 (すなわちエルミート演算子) は自明では なく、量子系と界面成長の対応関係は不明 瞭な状況にあった.

このような背景のもと、著者たちは1次元 Bose-Hubbard 模型で記述される孤立量子系において、各サイトで定義された粒子数揺らぎの部分和として界面高さ演算子を新たに定義し、その2次キュムラントである界面粗さが Family-Vicsek スケーリングに従うことを理論的に発見した。この研究では従来の平均場近似が適用できない相互作用領域を考えており、また初期状態は純粋状態を用いているため、初期の量子揺らぎのみに駆動されて界面粗さが成長する。本研究は、界面高さ演算子を通じて量子系と界面成長の関係をより明確にし、量子ダイナミクスの普遍性に関する新しい視点を与えると著者たちは考えている。

### -用語解説

### Family-Vicsek スケーリン

界面粗さが従うスケーリング則. 1次元系の場合、界面粗さはそれを計算するときに切り取った1次元系のサイズLと時間tの関数である(下図(a)). 適切な指数 $\alpha$ とzを用いて界面粗さと時間を $L^c$ で規格化すると、異なるサイズの界面相さがすべて一つの曲線にの含含むスケーリングであるため、動的スケーリングとよばれるものの一種である.



## Kardar-Parisi-Zhang 方程式:

古典系における界面成長を記述する非線形な確率偏微分方程式.

#### Bose-Hubbard 模型:

格子系のBose 粒子を記述する量子多体模型. 最も基本的なハミルトニアンは隣接サイトへのホッピング項とオンサイト粒子間相互作用項から構成される. これを拡張したハミルトニアンも考案されており、冷却原子実験で実現されている.

#### 孤立量子系:

熱浴などの外部環境と相互作用しない孤立した量子系.冷却原子系が孤立量子系の代表的な実験系である.