

量子計算機で迫る場の量子論の新側面

本多 正純 (京都大学基礎物理学研究所 masazumi.honda@yukawa.kyoto-u.ac.jp)

近年量子計算機を取り巻く技術が急速に発展している。ここでは“ユーザー”として、このような発展が場の量子論の数値シミュレーションにどのように役立つかを考える。場の量子論は様々な物理学における共通言語であるが、一部の特殊な例を除いて解析的に解くことは難しい。それゆえしばしば数値計算に頼りたくなるが、現時点では既存の手法では効率的な数値シミュレーションが難しい場面も少なくない。

通常場の量子論の数値シミュレーションでは、ラグランジュ（経路積分）形式の場の量子論に対して**格子正則化**を行い、物理量を表す多重積分にモンテカルロ法が適用される。これはボルツマン重みで与えられる確率で場の配位を生成し、積分を生成サンプルに関する平均によって近似する方法である。しかしながら、ボルツマン重みが正の実数でない場合は、確率解釈を直接適用することができないため、何らかの工夫が必要となる。特に、被積分関数が激しく振動するような場合は様々な工夫を凝らしても解析が難しいことが知られている（符号問題と呼ばれる）。これは物理的には例えばトポロジカルな相互作用や化学ポテンシャルがある場合、実時間系などにしばしば現れる。

一方ハミルトン（演算子）形式に基づいた数値シミュレーションの場合、技術的に言う問題は積分ではないため、符号問題ははじめから存在しない。しかし場の量子論の状態空間は典型的に無限次元であり、正則化を行った後でも状態空間の次元は“自由度”の増加に対して指数関数的に増大する。そのため非常に大きな次元をもつベクトル空間上で線形代数を行わなくてはならず、典型的には莫大な計算コストがかかる。しかし量子計算機を用いれば、少なくとも一部の問題に関しては計算量が劇的に少なくなるのが期待されている。

場の量子論を量子計算機に乗せるには、

状態空間が有限次元になるような正則化を行った後に、スピンの系に書き換えれば良い。多くの場合、はじめに時空の内の空間部分に格子正則化が適用される。フェルミオン場の場合はこれだけで状態空間が有限になり、適当な変換の下でスピンの系に書き換えることができる。ボソン場では、特殊な場合を除いて格子に切ってもなお状態空間は無限次元となっているため、数値シミュレーションを行うためにはさらなる正則化が必要となる。

本研究において、我々は**チャージ q シュウィンガー模型**の基底状態を構成し、様々な物理量の計算を行った。シュウィンガー模型は作用に**シータ項**と呼ばれるトポロジカル項をもつが、その係数が小さくないときは符号問題により通常のモンテカルロ法による解析が困難なことが知られている。この模型は境界条件をオープンに取りガウス則を用いると、純粋にフェルミオン場のみをもつ系になり、比較的容易にスピンの系に書き換えることができる。基底状態の構成には、断熱近似を量子回路により実装するアルゴリズムを用いた。

現在のところ、量子計算機の実機では必要な量子ビット数に対して誤りが少ない結果を得るのは難しいので、ここでは**シミュレータ**を用いて数値シミュレーションを行った。最もよく研究されてきた $q=1$ の場合は、**カイラル凝縮**と呼ばれる量をシータ項の係数が大きい領域も含めて解析を行い、その連続極限を量子シミュレーションの文脈で初めて取ることに成功した。より一般の q の場合は、重い荷電粒子の間のポテンシャルを計算した。フェルミオンの質量が小さいときに信用できる解析的な計算から、このポテンシャルの定性的な性質は、粒子の電荷やシータ項の係数の値に強く依存することが期待されている。シミュレーションにより、このような振る舞いが有限質量でも起きることが分かった。

用語解説

格子正則化：

ラグランジュ形式の場の量子論では、物理量は経路積分と呼ばれる無限次元積分で表される。格子正則化では、時空を有限サイズの格子に切ることで積分を有限次元にし、元の経路積分をこの積分で格子間隔を小さくする連続極限を取ったものと捉える。

チャージ q シュウィンガー模型：

1+1次元量子電磁気学で、 $U(1)$ ゲージ場と電荷 q の電子（ディラックフェルミオン）が結合した模型。

シータ項：

時空が偶数次元のゲージ理論がしばしば作用にもつことができるトポロジカル項。素粒子の標準模型にも存在すると考えられている。

(古典)シミュレータ：

量子計算機を古典計算機によりシミュレーションするツール。量子計算機を動かすコードとほとんど同じものを用いて数値計算を実行することができる。古典計算機を用いるため、量子アルゴリズムを使用することにより期待される計算速度の上昇は得られないが、量子シミュレーションの計算資源の見積もりや手法のテストなどに役立つ。

カイラル凝縮：

狭義にはカイラル対称性が自発的に破れる理論におけるフェルミオンの質量演算子の真空期待値を指すが、ここでは単にフェルミオンの質量演算子の真空期待値のことをカイラル凝縮と呼ぶ。