

クォーク・レプトンのフレーバーをモジュラー対称性で探る

岡田 寛 〈アジア太平洋理論物理学研究所 hiroshi.okada@apctp.org〉

清水 勇介 〈広島大学大学院先進理工系科学研究科 yu-shimizu@hiroshima-u.ac.jp〉

谷本 盛光 〈新潟大学理学部 tanimoto@muse.sc.niigata-u.ac.jp〉

モジュラー形式がクォーク・レプトンのフレーバー問題と出会った。モジュラー形式がフェルマーの最終定理の証明で重要な役割を果たしたことは知られている。一方、フレーバー問題とは、クォーク・レプトンのフレーバーの起源の問題であり、それはクォーク・レプトンの質量スペクトルと**フレーバー混合**パターンの解明でもある。これらは、世代の謎とも呼ばれ、1937年のミュー粒子の発見の際、ラビ (I. I. Rabi) が発した「誰がそれを注文したのか」という疑問以来続いているものである。近年では、ワインバーグ (S. Weinberg) は、解明したい謎のトップにクォークとレプトン質量のパターンを挙げている (CERN Courier, 13 October 2017)。今年、CP対称性の破れをクォークの三世代を導入して説明した小林・益川論文から50年目にあたる。Cとは荷電共役のことでプラスとマイナスの荷電の入れ替え、Pとはパリティのことである。この2つの組み合わせのCP変換は、わずかに破れており、それが宇宙の物質が反物質にくらべ圧倒的に優勢であることの必要条件となっている。

世代は、質量は異なるが性質が同じであるクォークとレプトンのセットが3度繰り返り現れることから命名されている。この問題を、対称性から理解しようという研究は50年前からあったが、大きく発展した契機は、1998年のスーパーカミオカンデによるニュートリノ振動の発見である。この発見によりニュートリノ質量の存在が明らかとなり、クォークと同様、フレーバーの**混合角**の大きさが測定された。その結果は、クォークの場合から予想した値を覆し、最大の45度にも迫るものであった。クォークの場合と同様に、CP対称性の破れを測定しようとする長基線ニュートリノ振動実

験も稼働し、その兆候が捉えられている。これらの実験結果により、フレーバーに非可換離散対称性があるとされ、多くの研究がなされた。フレーバーの大角度混合は、有限群の対称性から導くことができる。

有限群の起源として超弦理論が挙げられる。10次元の超弦理論が余剰な6次元をコンパクト化して4次元理論になる時、内部空間に対称性が現れる。この対称性は、**モジュラー群**に由来するものでありモジュラー対称性と呼ばれる。この空間をフレーバー空間とみたとすると、クォーク・レプトンのフレーバーの振る舞いをモジュラー対称性のもとで理解できる。モジュラー群は無限個の元をもつ群であるため、そこから有限群をとりだす。どのような有限群が実現するかは超弦理論のダイナミクスによる。

モジュラー群に付加的な条件であるレベル N を指定すると、有限群が得られる。そして、重さ k という量を決めると、対称性の高いモジュラー形式が現れる。それは、内部空間の形状を決める係数であるモジュラス τ の正則関数である。これらが、質量の生成機構であるヒッグス場とクォーク・レプトンの結合 (湯川結合) に、有限群の非自明な変換をする粒子のごとく加わる。すなわち、湯川結合定数は自明な定数ではなく、対称性の変換のもとで非自明に変換する擬粒子である。モジュラー対称性は、モジュラス τ を固定すると破れ、モジュラー形式はある数値に固定される。質量のフレーバー構造はモジュラー形式によって決定されることになる。

モジュラー対称性のフレーバー物理への適用が進む一方、フレーバー問題の解決に向けて、モジュラーフレーバーモデルの理論的深化は続いている。

用語解説

クォークとレプトン:

クォークとレプトンは、図のように3つの世代で分類される。上段の2つはアップ型クォーク (u, c, t) とダウン型クォーク (d, s, b) であり、下段の2つは、荷電レプトンとニュートリノである。それぞれの種別の違いは、フレーバー (香り) が異なるとして理解される。

	第一世代	第二世代	第三世代
クォーク	アップ d ダウン	チャーム s ストレンジ	トップ b ボトム
レプトン	電子 e ニュートリノ	ミューニュートリノ μ ニュートリノ	タウニュートリノ τ タウ粒子

クォークの三色は量子色力学の自由度カラーである。

フレーバー混合と混合角:

世代が異なる粒子同士は無関係ではない。クォークの質量を観測したとき、その質量の固有状態は、それぞれ (u, c, t) クォークと (d, s, b) クォークの線形結合となる。アップ型クォークの3つの固有状態に対する3つのダウン型クォークの相対的固有状態は、 3×3 行列を用いて表すことができる。すなわち、カピボ-小林-益川 (CKM) 行列である。行列要素は混合角と呼ばれる角度で表すことができ、フレーバー混合角と呼ぶ。

モジュラー群:

モジュラー群は整数係数と単位元をもつ 2×2 行列の特殊線形群として定義される。その名前は代数幾何学におけるモジュライ空間との関係に由来する。モジュラスは空間の形状を決める係数の意味に使われる。物理学では、young's modulus (ヤング率) のように使われている。