Large charge 展開——臨界現象の新しい解析法

渡 邉 真 隆

東京大学大学院理学系研究科
masataka.watanabe@phys.s.u-tokyo.ac.jp

原子論では物質を細かく切り分けると最小単位「原子」に到達するとされる．近代・現代物理では全ての物質が（素）粒子から成り立っていることが確かめられている．しかし，逆に無数の粒子が相互作用することで多様な物質が生まれる仕組みはより複雑で全く自明ではない．

場の理論とは無限大の自由度が関わる自然現象を記述する便利な道具である．特に自由度同士の相互作用が強い場の理論は強結合場の理論と呼ばれ，多くの興味深い物理現象に現れる．例えば共形場理論（CFT）は**臨界現象**を記述することや，**AdS/CFT 対応**によれば反ド・ジッター空間上の量子重力理論と等価であることなどから特に重要だが，一般には自由度間の相互作用は強くなる．

強結合場の理論における物理量の計算は摂動論が破綻するため一般に困難である．このために可積分性・双対性・ブートストラップ法など数多くの手法が発展してきた一方，新しい強結合理論の解析手法はなお望まれている．この流れの中で，最近開発された新手法が large charge 展開である．Large charge 展開は連続大域対称性（特に U(1) 対称性）の存在する一般の強結合 CFT に関して，電荷 Q を持つ局所演算子（典型的にはそのうち最小演算子次元を持つもの）$\mathcal{O}_Q$ を含む n 点関数（のうち一部）を $1/Q$ 展開で計算する手法である．つまり，large charge 展開は臨界現象の新たな解析手法なのだ．

Large charge 展開で最も重要な事実は $\mathcal{O}_Q$ を時空上の点に挿入することと，その周辺の場に半古典配位を与えることが $Q \gg 1$ のとき等価であるというものだ．この半古典配位によって**自発的対称性の破れ**が起きるため，南部–ゴールドストン粒子（NG 粒子）を用いて有効作用を書くことができる．この作用を用いて $1/Q$ を実効プランク定数とした半古典展開ができるため，技術的には摂動論のみを用いて強結合理論の物理量を計算することができる．半古典的展開を用いる点でこの手法は **large-N 展開**と類似しているが，理論を固定したまま解けるセクターを調べる点が異なっている．

このように large charge 展開はさまざまな強結合理論において物理量を簡便に計算できる手法であるが，このような巨大電荷を持つ演算子を含む物理量が臨界現象を示す系における実験で測定できるかは非自明である．一方で，large charge 展開と数値計算の比較においては理論計算が $Q=1$ までよい結果を与えることも知られている．よって，電荷が $O(1)$ の領域において理論と実験データを比べることは今後の興味深い発展となりうる．

Large charge 展開の研究は急速に進んでいるが，まだまだ発展途上のテーマである．例えば large charge 展開をゲージ場やフェルミオンを含む一般の理論に適用することは難しいため，量子色力学の解析に直接応用することはまだできていない．今後は large charge 展開の適用範囲を拡張し，さまざまな理論の解析に応用することでより新たな知見をもたらすことが望ましい．

用語解説

臨界現象：
二次相転移点付近におこる物理現象の総称．相関長が発散するためスケール不変性が現れ，一般的に共形場理論で記述できることがある．

AdS/CFT 対応：
$D+1$ 次元反ド・ジッター空間上の量子重力理論が，その境界 D 次元空間上の共形場理論と等価であるという予想．

自発的対称性の破れ：
無限体積極限において状態が理論の持つ対称性を破るとき，これを自発的対称性の破れという．このとき励起としてエネルギーがゼロのモードである南部–ゴールドストン粒子が存在するというのが南部–ゴールドストンの定理である．

Large-N 展開：
ゲージ群や大域対称性のランク，または一般に理論の自由度 N が大きいとき，ラグランジアン全体が N に比例するように場の再定義が行える場合がある．この場合理論の展開係数は $1/N$ となり，これを large-N 展開と呼ぶ．

©2025 日本物理学会