格子ゲージ理論のハミルトニアン形式を用いたシミュレーション

早田智也 〈慶應義塾大学医学部 hayata@keio.jp〉
日高義将 〈京都大学基礎物理学研究所 yoshimasa.hidaka@yukawa.kyoto-u.ac.jp〉

多自由度の粒子が相互作用する量子系は場の量子論を用いて記述することができる．現代物理学において，場の量子論は素粒子物理学・原子核物理学・物性物理学の共通言語であると言える．その中でも特に，場の量子論を素粒子物理学に応用する際には電磁場のような場の自由度の量子論を考える必要があり，そのような場の量子論は**ゲージ場の量子論**と呼ばれる．素粒子物理学における標準模型はゲージ場の量子論を用いて記述される．

量子色力学（Quantum chromodynamics, QCD）はSU(3)という非可換群をゲージ対称性とするゲージ場の量子論であり，標準模型に現れる3つの相互作用のうち，陽子や中性子（より一般にはハドロンと呼ばれる粒子）の間にはたらく強い力を，素粒子であるクォークとグルーオンを基本自由度として記述する．QCDの最も重要な性質に，短距離スケールの物理は弱結合的で，一方で，長距離スケールの物理は強結合になる漸近的自由性という性質がある．

漸近的自由性により，クォークやグルーオンが高エネルギーで散乱する過程は摂動論を用いて記述することができる．一方で，クォークやグルーオンの運動から陽子や中性子ひいては我々の世界を理解するには，ゲージ場の量子論を非摂動的に解かなければならない．ゲージ場の量子論の非摂動的な解析は，現代の素粒子物理学の中心的課題の一つである．

格子ゲージ理論は最も強力かつ成功した場の量子論の定式化方法の一つであり，時空を格子上に離散化することで，無限の自由度を持つゲージ場の量子論を計算可能な有限自由度の積分に正則化する．格子ゲージ理論とモンテカルロ法を組み合わせることで，ハドロンの質量，核力，有限温度の状態方程式など，QCDの重要な物理量を精密に計算することが可能になった．しかしながら，有限密度のQCDや時間発展など一部の重要な問題では，**符号問題**と呼ばれる困難のために，モンテカルロ法に基づく計算が破綻するという困難に直面する．

符号問題はQCDに限らず大自由度の量子多体系を非摂動的に計算する際に現れる共通の困難であり，この問題を解決するために様々な試みが行われている．それらの試みの中で特に，従来の計算機では到底扱えない規模の計算を可能にするとされる量子計算を格子ゲージ理論へと応用する研究が近年注目されている．

量子計算を格子ゲージ理論に応用するためには，格子ゲージ理論の計算を，量子状態にユニタリ演算子を作用させる形式で表現する必要がある．このために，従来の経路積分形式ではなく，ハミルトニアン形式に基づいて量子計算に適した計算アルゴリズムを開発する研究が行われている．ここで現れるのが表題のハミルトニアン形式の格子ゲージ理論である．様々な手法が提案され，まだ手法が確立されたわけではないが，実機を用いた検証が始まりつつある．

現在の量子計算機では，**連続極限**の格子ゲージ理論の解析は様々な技術的制約のために実現できていないが，簡単な系での研究が着実に進展している．従来のモンテカルロ計算と同様なレベルで素粒子物理学・原子核物理学に有用な精密計算がいつできるようになるかは明らかではないが，今後量子誤り訂正技術の発展により，理論的な思考実験としては十分役に立つような計算は可能になり，量子計算はゲージ理論の非摂動ダイナミクスを解析する新しい計算道具となる期待が高い．また，量子計算の格子ゲージ理論への応用を通じて格子ゲージ理論と量子統計基礎論や量子情報理論との新しい接点が明らかになっている．量子計算は新たな計算道具を提供するのみならず，新しい融合分野を生み出すかもしれない．

用語解説

ゲージ場の量子論：
電磁気力，弱い力，強い力など，物質間の力はゲージ場と呼ばれる場を用いて記述され，そのゲージ場の運動を決定する理論をゲージ場の理論と呼ぶ．物質間にはたらく力の性質（正確にはラグランジアンの形）は媒介するゲージ場の対称性（ゲージ対称性）により決定され，ゲージ対称性は数学的には群を用いて表現される．ゲージ場の運動に量子力学的効果を考慮した理論をゲージ場の量子論と呼ぶ．

符号問題：
モンテカルロ法を用いた格子ゲージ理論の数値計算では，経路積分の振幅を確率密度とみなし，無限の経路の足し合わせの中から統計的に重要な（少数の）経路の寄与をサンプリングすることで，効率的な計算を可能にする．しかしながら，フェルミオン多体系の基底状態の計算や実時間問題の経路積分では，経路積分の振幅は一般に複素数をとるため，確率密度とみなしてモンテカルロ法を適用することができない．このように振幅が複素数になりモンテカルロ法が適用できなくなる困難を符号問題と呼ぶ．

連続極限：
物理量の計算は有限の格子間隔の格子上で行われるが，最終的に興味があるのは連続的な時空上のゲージ場の量子論である．そのため，計算結果を格子間隔がゼロの極限へ外挿する必要がある．この極限を連続極限と呼ぶ．

©2025 日本物理学会