

量子と古典の新しい対応関係 ——強磁場物性研究の現場から

伏屋 雄 紀 〈神戸大学大学院理学研究科 fuseya@crystal.kobe-u.ac.jp〉

山田 暉 馨 〈神戸大学大学院理学研究科 a_yamada@people.kobe-u.ac.jp〉

ボーアの「対応原理」によれば、量子数の大きい極限で量子論は古典論に一致する。そして量子数が小さい場合にも、両者の間に形式上の対応が存在するはずだと考える。対応原理は前期量子論における指導原理となり、後にハイゼンベルクらによる量子力学の誕生に繋がった。

磁場中の物性でも対応原理に類した状況が現れる。磁場中で電子のエネルギーは**ランダウ準位**に量子化され、量子数が大きい極限は弱磁場極限に相当する。例えば、電気伝導度では弱磁場極限で量子論が古典論に漸近的に一致する。一方、強磁場では量子化が顕著になり、それを反映して各物理量が磁場によって振動する「量子振動」が現れる。古典論では量子振動を導くことができず、従来の教科書的理解に基づけば、古典論が適用できるのは弱磁場領域に限られている。したがって、強磁場における**電流磁気効果**を理論的に調べるには、量子論を用いるほかない。

しかし、物質の特徴を反映した量子論の計算は非常に難しく、実験結果を量子論で解析するには多くの困難を伴う。一方の古典論は大変扱いやすく、実験を解析するには非常に有用であるが、前述の通り強磁場領域へは適用できない。この“あちら立てればこちらが立たず”の状況が強磁場物性の研究を難しくする要因の一つであった。

ここで改めて対応原理を思いおこすと、単に量子数が大きい極限での一致のみを考えたのではなく、量子数が小さい場合にも形式上の対応があるとして、本格的な量子論への手がかりにしたのであった。とすれば、今の場合においても単に弱磁場極限での一致にとどまらず、強磁場でも両者の間に何らかの対応関係があるのではないだろうか？ かくして対応原理に導かれるよう

に、量子論と古典論の間の対応関係を改めてみつめ直すこととなった。

磁場中の電気伝導度については、**久保公式**に基づく量子論が確立している。標準的な導出法で得られた量子論の表式は古典論と形式上の対応があるようには見えない。しかしさらに工夫を凝らして式変形を進めると、量子論と古典論の間に

$$(\text{量子論}) = (\text{量子振動}) \times (\text{古典論})$$

の対応関係があることが浮かび上がってきた。つまり、量子振動の背景となる電気抵抗の磁場依存性(磁気抵抗)については、量子論と古典論が正確に一致するのである。驚くべきことに、上の関係は弱磁場のみならず、量子数が最小になるような非常に強い磁場においても成立する。

量子と古典の正確な対応関係が新しく示されたことは、強磁場物性研究において二つの展開を可能にする。第一に、平易な古典論を用いて強磁場まで実験を解析することが可能になった。これにより、例えば長らく謎であった、PbTeの大きな縦磁気抵抗のメカニズムが解明された。第二に、古典論を援用することで量子論の結果の解釈が容易になり、新たな量子現象の開拓に資することができるようになった。これは、ハイゼンベルク自身が「(対応原理は) 見出された法則の物理的な解釈も同時に与える」と強調している点とも重なる。この第二の価値を活かして、**超量子極限**とよばれる極めて磁場の強い領域で、未知のクロスオーバー現象が磁気抵抗で理論的に見出された。このように、量子と古典の新しい対応関係は、謎を解き明かし、未知の現象を開拓するための手がかりとなるだろう。

——用語解説——

ランダウ準位：

一様磁場中の自由電子では、磁場に垂直な運動が調和振動子と等価になり、その固有エネルギーが量子化(離散化)される。L. D. ランダウが1930年に金属の反磁性を論じる中で示したことから、この量子化されたエネルギー準位をランダウ準位とよぶ。

電流磁気効果：

電流が流れている物質に磁場を加えると、ローレンツ力により電子の軌道が曲がり、電流の大きさや向きが変化する。この現象を電流磁気効果とよぶ。磁場が電流と垂直な場合に生じる効果は横効果、平行な場合は縦効果という。ホール効果は代表的な横効果である。

久保公式：

線形応答理論において、外場に対する応答関数を、平衡状態における物理量のゆらぎ(相関関数)によって表したのが久保公式である。久保亮五が1957年に非平衡系の量子統計力学に基づいて体系化した。電気伝導度については、中野藤生が1955年に同種の表式を導いていたことから、中野-久保公式とよぶ場合もある。

超量子極限：

磁場中電子のエネルギーはランダウ準位に量子化される。サイクロトロンエネルギー $\hbar\omega_c$ が運動エネルギー E_K と同程度になると、最低ランダウ準位(量子数が最小の準位)のみに電子が閉じ込められる。これを量子極限という。さらに磁場を強くすると、サイクロトロンエネルギーが支配的な領域 $\hbar\omega_c \gg E_K$ に達する。これを超量子極限(extreme quantum limit)とよぶ。