Journal of the Physical Society of Japan Vol. 17, Supplement B-I, 1962
Proceedings of International Conference on Magnetism and Crystallography, 1961, Vol. I

# L'Amortissement en Résonance Ferromagnétique

Roger Vautier

*Laboratoire de Magnétisme et de Physique du Solide*
*Bellevue (S. et O.) France*

Plusieurs représentations formelles de l'amortissement en résonance ferromagnétique ont été proposées. Elles font intervenir plus ou moins explicitement la direction d'équilibre de l'aimantation qui est généralement admise comme étant celle du champ interne.

L'auteur remarque que ceci n'est pas exact en général. La représentation la plus adéquate pour faire intervenir la véritable direction d'équilibre de l'aimantation est celle de Bloch-Bloembergen.

Avec cette nouvelle écriture, le calcul du temps de relaxation à partir des probabilités de transitions magnons-magnons et magnons-phonons donne une expression ne dépendant pas explicitement de la forme de l'échantillon, contrairement au résultat de Callen utilisant une représentation type Landau. Les formules proposées peuvent rendre compte de certains résultats expérimentaux mettant en cause le concept de susceptibilité intrinsèque.

Several formal expressions for the damping in ferromagnetic resonance have been proposed in which the equilibrium direction of the magnetization appears more or less explicitly. This equilibrium direction is generally taken as being that of the internal field.

The author observes that this is not generally valid and that the Bloch-Bloembergen expression best takes into account the true equilibrium orientation of the magnetization.

With this new formulation, the calculation of relaxation time from magnon-magnon and magnon-phonon transition probabilities yields an expression not exlicitly dependent upon sample shape, contrary to the result by Callen based upon a formulation of the Landau type. The proposed equations would be useful in understanding certain experimental results which put in doubt the concept of intrinsic susceptibility.

Le phénomène de résonance magnétique est décrit généralement par une équation telle que:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\boldsymbol{M}}{dt}=\boldsymbol{C}+\boldsymbol{A}$$

$\boldsymbol{C}$ est un couple don l'existence découle des lois de la mécanique, qui en fournit l'expression, soit $\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H}$. Ce couple a une existence réelle, et dans le produit $\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{H}$ représente le champ total agissant à l'instant considéré sur chaque moment élémentaire.

$\boldsymbol{A}$ est un terme d'amortissement dont, à priori, on sait seulement qu'il doit traduire le fait qu'en l'absence d'une excitation extérieure, l'aimantation $\boldsymbol{M}$ atteindra, au bout d'un temps plus ou moins long, sa position d'équilibre.

Bien que toutes les représentations déjà proposées pour $A$ [1 à 9] soient dans une grande mesure équivalentes, la méthode de Bloch-Bloembergen [5, 6] paraît la mieux adaptée à la représentation des phénomènes de résonance magnétique. Au lieu d'utiliser des forces ou des couples fictifs, elle utilise la notion de temps de relaxation qui a une signification physique plus réelle. De plus, c'est dans cette représentation qu'il est le plus facile d'introduire la véritable direction d'équilibre de l'aimantation.

En effet, on admet généralement que la direction d'équilibre de l'aimantation à un instant donné est confondue avec la direction du champ total qui comprend le champ démagnétisant actuel. Ceci n'est pas exact. La véritable direction d'équilibre de l'aimantation est celle du champ total, lorsqu'on prend pour le champ démagnétisant celui qui correspond à la position d'équilibre de l'aimantation et non celui qui correspond à la position actuelle de l'aimantation.

On montre facilement que dans le système de coordonnées $Oxyz$ habituellement utilisé, le champ directeur $H_z^0$ étant parallèle à $\overrightarrow{Oz}$, les composantes $m_x^{eq}$ et $m_y^{eq}$ de l'aimantation en équilibre en présence d'un champ appliqué de composantes $h_x^0$ et $h_y^0$ sont:

$$m_x^{eq} = \frac{M_z}{H_z^0 - N_z M_z + N_x M_z} h_x^0$$

$$m_y^{eq} = \frac{M_z}{H_z^0 - N_z M_z + N_y M_z} h_y^0$$

D'autre part, il est expérimentalement prouvé [10] que l'amortissement d'un phénomène de résonance gyromagnétique fait intervenir l'existence de modes d'oscillation*) plus élevés, ce qui entraîne comme conséquence que l'aimantation $M$ à l'échelle macroscopique n'est pas conservée au cours d'un tel phénomène.

En tenant compte de ces corrections, les équations du mouvement peuvent s'écrire:

$$\dot{m}_{x,y} = \alpha m_{x,y} - \gamma(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})_{x,y} - \frac{m_{x,y}}{T_2} + \frac{M_z h^0_{x,y}}{T_2(H_z^0 - N_z M_z + N_{x,y} M_z)}, \quad (1)$$

$$\dot{M}_z = \alpha M_z - \gamma(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})_z - \frac{M - M_z}{T_1}. \quad (2)$$

Soient alors, suivant les notations de Callen [11]:

$n_0$ le nombre de magnons de vecteur d'onde $k=0$

$n_k$ le nombre de magnons de vecteur d'onde $k$

$n' = \sum_{k\neq 0} n_k$ le nombre total de magnons de vecteurs d'onde $k\neq 0$

$M_0$ l'aimantation à saturation absolue

$M$ la valeur de l'aimantation à l'échelle macroscopique.

On a immédiatement:

$$M = M_0 - n'\gamma\hbar$$

et par suite:

$$\alpha = -\frac{\gamma\hbar}{M}\dot{n}'$$

A partir de considérations énergétiques, et avec les notations:

$$h = \frac{H_z^0}{4\pi M_0} \qquad \omega_M = 4\pi M_0 \gamma$$

Callen obtient:

$$n_0 = \frac{2\pi m_x^2(h - N_z + N_x) + 2\pi m_y^2(h - N_z + N_y)}{\hbar\omega_M(h - N_z + N_x)^{1/2}(h - N_z + N_y)^{1/2}} \quad (3)$$

Si l'on considère alors un système en équilibre en présence d'un champ magnétique directeur, et que l'on modifie brutalement la direction de ce champ, la direction finale étant celle de l'axe $Oz$, l'équation (1) s'écrit dans le nouvel état, et à l'approximation du premier ordre:

$$\dot{m}_x = \alpha m_x - \omega_M m_y(h - N_z + N_y) - \frac{m_x}{T_2} \quad (4)$$

$$\dot{m}_y = \alpha m_y + \omega_M m_x(h - N_z + N_x) - \frac{m_y}{T_2} \quad (5)$$

De (3), on déduit:

$$\dot{n}_0 = \frac{4\pi m_x \dot{m}_x(h - N_z + N_x) + 4\pi m_y \dot{m}_y(h - N_z + N_y)}{\hbar\omega_M(h - N_z + N_x)^{1/2}(h - N_z + N_y)^{1/2}} \quad (6)$$

La substitution de (4) et (5) dans (6) fournit alors l'expression très simple:

$$\dot{n}_0 = 2\alpha n_0 - \frac{2}{T_2} n_0$$

d'où finalement:

$$\frac{1}{T_2} = -\frac{\gamma\hbar}{M}\dot{n}' - \frac{\dot{n}_0}{2n_0} \quad (7)$$

Callen, en utilisant un terme du type Landau-Lifshitz en $\lambda\boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$ aboutit pour le facteur $\lambda$ à l'expression:

$$\lambda = \frac{\left(\frac{\dot{n}_0}{n_0} + \frac{2\gamma\hbar}{M}\dot{n}'\right)[m_x^2(h - N_z + N_x) + m_y^2(h - N_z + N_y)]}{8\pi M^2[m_x^2(h - N_z + N_x)^2 + m_y^2(h - N_z + N_y)^2]} \quad (8)$$

L'expression (8) est beaucoup plus lourde à manipuler que l'expression (7). De plus, elle dépend explicitement de $m_x$ et $m_y$. Cette dépendance est interprétée par Callen comme une sorte de modulation du coefficient d'amortissement $\lambda$ à une fréquence double de celle du mouvement de précession. Pour conserver le caractère linéaire des équations du mouvement, Callen est donc obligé d'utiliser une valeur moyenne.

Au contraire, l'utilisation du concept de temps de relaxation fournit pour $1/T_2$ une expression beaucoup plus simple et ne dépendant pas explicitement de $m_x$ et $m_y$ ni de $N_x$ et $N_y$. L'effet de modulation apparente trouvé précédemment est donc lié au choix de l'axe $\boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$. L'équivoque provient du fait que dans l'écriture de Callen, on a tendance à considérer le terme $\lambda\boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$ comme le terme d'amortissement alors qu'en réalité, il s'agit uniquement de la composante du mouvement suivant la direction $\boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$. Si l'on considère le terme $\lambda\boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$ comme le terme d'amortissement, cela revient à admettre que la position d'équilibre de l'ai-

* modes magnétostatiques ou ondes de spins.

mantation est celle du champ total actuel. Or nous avons vu que ceci est inexact. Par exemple, pour un échantillon sphérique isotrope, soumis seulement à un champ continu, il est évident que la direction d'équilibre de l'aimantation est la direction de ce champ continu.

Si la méthode de Callen, qui consiste à décomposer le mouvement suivant trois axes orthogonaux $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H}, \boldsymbol{M}\wedge(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})$ est inattaquable du point de vue logique, elle présente par ailleurs l'inconvénient qu'il paraît difficile de calculer la composante de l'amortissement dans la direction $\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H}$, donc de calculer l'influence de l'amortissment sur la valeur apparente du facteur $\gamma$.

En présence d'un champ HF, l'équation (1) du phénomène s'écrira dans le plan $xOy$:

$$\dot{m}_x=\alpha m_x-\gamma m_y(H_z^0-N_zM_z+N_yM_z)+\gamma M_z h_y^0 -\frac{m_x}{T_2}+\frac{M_z h_x^0}{T_2(H_z^0-N_zM_z+N_xM_z)} \qquad (9)$$

$$\dot{m}_y=\alpha m_y+\gamma m_x(H_z^0-N_zM_z+N_xM_z)-\gamma M_z h_x^0 -\frac{m_y}{T_2}+\frac{M_z h_y^0}{T_2(H_z^0-N_zM_z+N_yM_z)} \qquad (10)$$

Les expressions de $\dot{n}_0$ et $\dot{n}'$ ont été données par Callen, soient:

$$\dot{n}_0=-(\lambda_{0\sigma}+\lambda_{0k})n_0$$

$$\dot{n}'=\lambda_{0k}n_0-\lambda_{k\sigma}(n'-n'_T)$$

$\lambda_{0\sigma}$, $\lambda_{0k}$, $\lambda_{k\sigma}$ sont respectivement les probabilités de destruction d'un magnon $k=0$ avec création d'un phonon, destruction d'un magnon $k=0$ avec création d'un magnon $k\neq 0$, et destruction d'un magnon $k\neq 0$ avec création de phonon. $n'_T$ est le nombre de magnons de vecteur $k\neq 0$ à l'équilibre à la température $T$.

Si l'on tient compte de ces relations, les formules obtenues sont à rapprocher des équations:

$$\frac{dm_{x,y}}{dt}=-\gamma(\boldsymbol{M}\wedge\boldsymbol{H})_{x,y} -\frac{m_{x,y}}{2}\left(\frac{1}{T_{10}}+\sum_k \frac{1}{T_{2k}}\right) \qquad (11)$$

obtenues par Fletcher, LeCraw et Spencer [10]. On remarque immédiatement que la différence essentielle est la présence du dernier terme dans les équations (9) et (10).

Les équations (11) ont été vérifiées expérimentalement par Fletcher, LeCraw et Spencer d'une manière qui semble très concluante, mais en réalité cette vérification expérimentale ne met pas en cause la validité des équations (9) et (10).

En effet, cette vérification expérimentale est limitée à un intervalle de fréquence $\Delta\omega=\gamma\Delta H$, donc à la largeur à mi-hauteur du phénomène de résonance. Comme de plus, cette vérification est faite sur des matériaux de $\Delta H$ inférieure à 4 oersteds, la susceptibilité reste en valeur absolue supérieure dans tous les cas à $\simeq 100$. Il est donc naturel que dans cet intervalle, le terme $M_z h_x^0/T_2(H_z^0-N_zM_z+N_xM_x)$ reste négligeable devant le terme $m_x/T_2$. Mais ainsi que l'a fait remarquer Bloembergen [6] s'il est légitime de négliger $h_x$ devant $m_x$ au voisinage de la résonance, cela est discutable lorsqu'on s'éloigne des conditions de résonance.

Il serait donc intéressant, pour décider de l'importance du terme correctif, soit d'étendre l'excursion en fréquence dans la méthode de modulation réalisée par Fletcher, soit d'opérer sur un matériau de susceptibilité plus faible, donc de $\Delta H$ plus grande.

Il faut également remarquer que les formules (9) et (10) sont, à notre connaissance, les seules de toutes les équations proposées dont la forme ne se conserve pas rigoureusement quand on passe des champs appliqués extérieurs $H_z^0$ et $h_x^0$ aux champs internes $H_z^0-N_zM_z$ et $h_x^0-N_xm_x$. Elles sont ainsi les seules à pouvoir rendre compte de certains résultats expérimentaux mettant en cause le concept de susceptibilité intrinsèque, et en particulier du fait suivant:

D'une façon tout à fait générale, un calcul élémentaire [12] montre que, pour un échantillon sphérique, et pourvu que la largeur de la raie de résonance soit suffisamment faible, la partie réelle $S'$ de la susceptibilité apparente est très voisine de 1.5 pour la valeur de $H_z^0$ qui correspond à la résonance intrinsèque (définie comme étant le maximum du rapport aimantation/champ interne).

Dans la conception habituelle de la susceptibilité intrinsèque, la résonance intrinsèque doit se produire pour la valeur $H_z^0$ du champ directeur telle que

$$\gamma(H_z^0-N_zM_z)=\omega \qquad (12)$$

Les équations proposées jusqu'à présent pour la résonance magnétique sont compatibles avec cette conception et avec l'équation (12), c'est à dire qu'elles fournissent pour la valeur de $S'$ correspondant à la valeur de $H_z^0$ qui satisfait à la relation (12) une valeur très voisine de 1.5. Or l'exérience montre que souvent, pour la valeur de $H_z^0$ correspondant à (12), $S'$ est notablement différente de 1.5 [13 à 16]. L'équation que nous proposons est susceptible d'expliquer de tels écarts. A titre indicatif nous donnons l'exemple numérique suivant:

Soit un échantillon sphérique ($N_x=N_y=1/3$). $4\pi M=1605$ gauss. $\omega=2\pi\times 9000\times 10^6$. La relation (12) est satisfaite pour $H_z^0=3745$ Oe si l'on admet $\gamma=2.8$ MHz/Oe. En admettant:

$$\frac{1}{T_2}=4.2\cdot 10^{10}$$

$$et \quad \left(\frac{1}{T_2}-\alpha\right)=0.21\cdot 10^{10}$$

on obtient avec la formule proposée $S'=1.69$. Une formule classique donnerait dans les mêmes conditions $S'=1.44$.

On peut remarquer que les valeurs admises pour $1/T_2$ et $(1/T_2-\alpha)$ correspondent aux conditions d'amortissement étudiées par Clogston [17] pour lequel $\lambda_{0\sigma}\simeq 0$ et $\lambda_{k\sigma}\gg\lambda_{0k}$.

### Références


1 L. Landau, E. Lifshitz: Phys. Zeits d. Sowjetunion (1935) 153.

2 J. Frenkel: J. of Phys. **9** (1945) 299.

3 C. Kittel: Phys. Rev. **71** (1947) 270.

4 C. Kittel: Phys. Rev. **73** (1948) 155.

5 N. Bloembergen: Phys. Rev. **78** (1950) 572.

6 N. Bloembergen: Proc. I. R. E. **44** (1956) 1259.

7 Hogan: Bell S. T. J. **31** (1952) 1.

8 Hogan: Rev. Mod. Phys. **25** (1953) 253.

9 T. L. Gilbert, J. M. Kelly: *Conf. on Magnetism and Magnetic Materials, Pittsburg* (1955) 253.

10 R. C. Fletcher, R. C. LeCraw, E. G. Spencer: Phys. Rev. **117** (1960) 955.

11 H. B. Callen: J. Phys. Chem. Solids **4** (1958) 256.

12 A. J. Berteaud: Thèse Paris (1960); A paraître aux Annales des Télécommunications.

13 E. G. Spencer, R. C. LeCraw, F. Reggia: Proc. I. R. E. **44** (1956) 790.

14 E. G. Spencer, L. A. Ault, R. C. Le Craw: Proc. I. R. E. **44** (1956) 1311.

15 R. Vautier, A. J. Berteaud: C. R. Acad. Sci. **250** (1960) 2527.

16 F. Dachert, A. Schmouchkovitch: J. Phys. Rad. **21** (1960) Suppl. 57A.

17 A. M. Clogston, H. Suhl, L. R. Walker, P. W. Anderson: J. Phys. Chem. Solids **1** (1956) 129.