

量子もつれを解きほぐすことでトポロジカル絶縁体を理解する

絶縁体であるにも関わらず境界には必ずキャリアが存在するトポロジカル絶縁体は、いわばスピngoとの量子ホール相であるが、量子ホール効果の研究で有用であった手法（チャーン数）は、その研究では全く役にたたず、少し変わった Z_2 量子数が重要であると考えられてきた。当該論文では、スピン間の量子もつれを解きほぐすことで得られるエンタングルメントチャーン数という新しい量子数を用いれば、トポロジカル絶縁体の基本模型である **Kane-Mele** 模型の相図が容易に再現でき、また時間反転対称性を破ることで新しいトポロジカル相が生まれることが示されている。

通常の絶縁体はどのような形に加工しても絶縁体である。ところが、試料の大部分を占める内部は絶縁体だが、表面や端などの境界は一種の“金属”として振る舞う例外的な“絶縁体”が近年多数発見されている（ただし、この境界の“金属”は特殊で電荷ではなくスピンを流す）。最近の研究から、この“金属”部分の存在は系の本質的な特徴であり切り口の方向等の委細とは無関係で、実は絶縁体には偶奇のみが意味を持つ Z_2 数と呼ばれる量子数によって区別される 2 種類があり、それに対応して“金属”端（表面状態）の有無が決まることが明らかとなった。

これまでも、試料の内部と表面・端で異なった振る舞いをする現象は知られておりその典型例が強磁場下で発現する整数量子ホール効果である。そこではチャーン数と呼ばれる整数の量子数によって内部の絶縁体状態が特徴付けられ、その個数だけ金属状態が端に現れる。このような内部と端の相互関係は、バルク・エッジ対応と呼ばれていて広く成り立つ概念と考えられる。ゼロ磁場下での Z_2 数と有限磁場下でのチャーン数、どちらも数学的に定義されるトポロジカル不変量であり、しかも物理的にはバルク・エッジ対応が成り立つ。どんな場合でも磁場のない系つまり時間反転対称性がある系ではチャーン数は自動的に 0 となるので、実は歴史的に普通の絶縁体だと思ってきたもののうち、その 0 を更に Z_2 数で分類したら特異な絶縁体が隠れていて、それが今日トポロジカル絶縁体と呼ばれているものであったのである。

このトポロジカル絶縁体は見方を変えると、2 枚の量子ホール系とみなすこともできる（図 1）。スピンを持たない電子の量子ホール系を考え、仮にチャーン数 1 を持つとする。別にもう 1 枚、逆向きの磁場下のチャーン数-1 の量子ホール系を準備し、これらを重ね合わせて 2 枚の状態を電子の $\uparrow$ 、 $\downarrow$ スピン状態とみなすと時間反転対称性が回復して、チャーン数は $1-1=0$ だが非自明な Z_2 数をもつトポロジカル絶縁体となる。**Kane-Mele** 模型は、このように磁場下の整数量子ホール相をその母体とし、スピン軌道相互作用やラシュバ相互作用でスピン状態が結合した（量子的にもつれた）トポロジカル絶縁体の模型である。

この描像は Z_2 数とチャーン数との密接な関係を示唆しているが、 Z_2 数の定義に本質的であった時間反転対称性はトポロジカル絶縁体を示す物理現象にはどこまで本質的であろうか？ 筑波大学大学院、茨城大学の研究グループは、本論文の著者のうちの二人により 2014 年、2015 年に提案されたエンタングルメントハミルトニアンに対するチャーン数であるエンタングルメントチャーン数（e-チャーン数）を用いることで、**Kane-Mele** 模型の相図が再現できることを示した。一般のトポロジカル絶縁体では異なるスピン間に種々の相互作用が働き、量子的にもつれた状態にあるため、単純にはスピン成分に分解できないが、エンタングルメントハミルトニアンという道具を用いて、この量子もつれを解きほぐし、スピngoごとに系を分割し直した結果、母体の整数量子ホール系を再

構成することでスピンごとの e-チャーン数を導き出したのである。

またトポロジカル絶縁体に弱い磁場を印加するとき、“金属”端状態が物理的に重要な現象を引き起こす可能性があり興味を持たれているが、磁場により時間反転対称性が破れると Z_2 数はもはや定義できない。また磁場が弱ければチャーン数も 0 のままであるため、これまでの理論では“金属”端状態の安定性を議論することはできなかった。著者たちの用いた e-チャーン数は時間反転対称性を仮定しないため、このような状況でも非自明な結果を導く可能性があり特に威力を発揮する。実際、この論文では Kane-Mele 模型に弱い外部磁場を印加し、時間反転対称性を壊すことで多様なトポロジカルな相が生じることが明らかとされている（図 2）。これらの結果は、日本物理学会が発行する英文誌 Journal of the Physical Society of Japan (JPSJ) の 2016 年 4 月号に掲載された。

種々の層状物質やスピン以外に軌道自由度、バレーの自由度等、より複雑な内部自由度を持つ系でのトポロジカル相は、近年多くの興味を集めているが、層のラベルや内部自由度に着目し、その間の量子もつれを解きほぐすことで、e-チャーン数などエンタングルメントハミルトニアンの特異な量子数を定義し理論的な研究に用いることは、本研究の自然な応用であり、自由度間の結合が弱い極限、つまり量子もつれをほぐしやすい状況では、その有効性が十分に期待でき、その強結合相を含めてのより詳細な研究が今後大いに期待される。

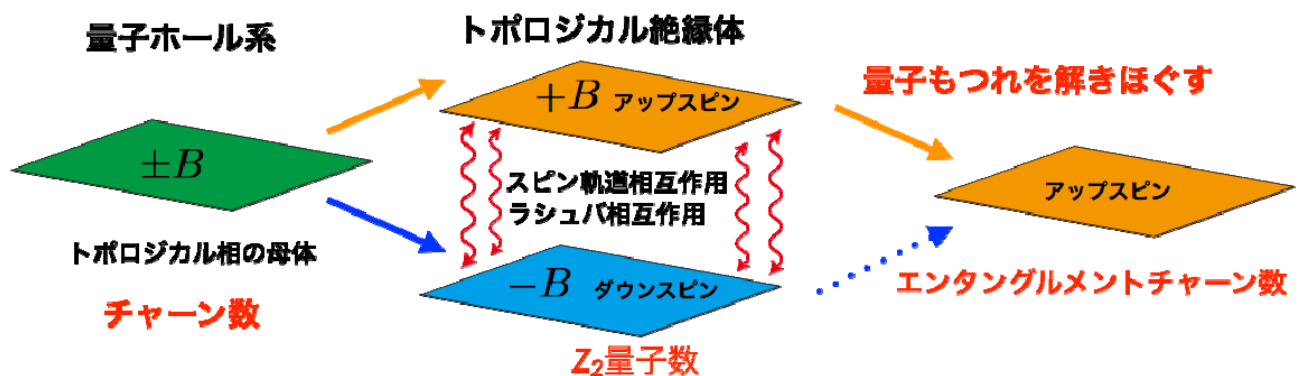


図 1. トポロジカル絶縁体のスピン間の量子もつれを解きほぐす

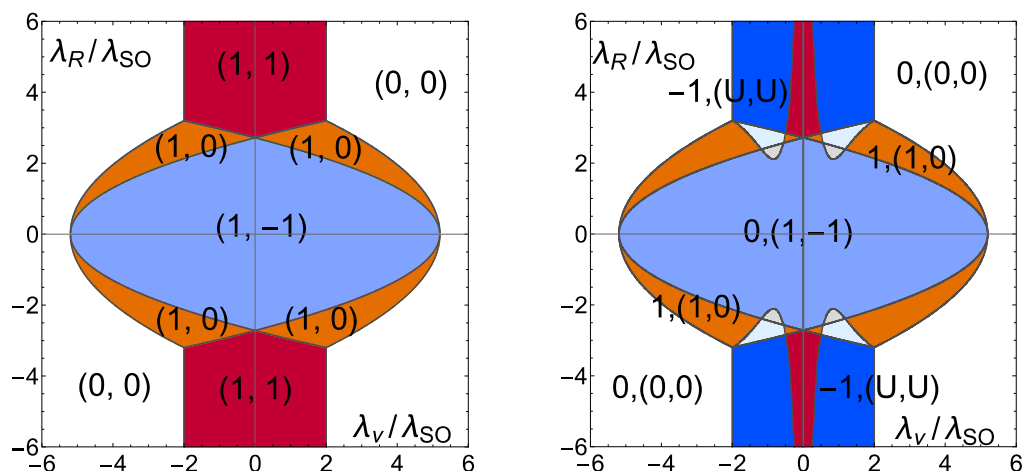


図 2. 磁場を印加した Kane-Mele 模型の e-チャーン数を用いた相図

数字は $\uparrow$ 、 $\downarrow$ スピンの e-チャーン数。スピン軌道結合が弱い場合（左）と強い場合（右）

原論文

Entanglement Chern Number of the Kane–Mele Model with Ferromagnetism
Hiromu Araki, Toshikaze Kariyado, Takahiro Fukui, and Yasuhiro Hatsugai:
J. Phys. Soc. Jpn. 85 (2016) 043706.

問合せ先：

荒木 広夢（筑波大学大学院・数理物質科学研究科物理学専攻）

荏宿 俊風（筑波大学大学院・数理物質科学研究科物理学専攻）

福井 隆裕（茨城大学理学部）

初貝 安弘（筑波大学数理物質系物理学域）