

2012年3月
第18巻 第1号

『大学の物理教育』 目次

	放射線の科学教育を考える	赤羽 明	2
講義室	金星太陽面通過の科学 — ハレーが考えたこと	岡崎 隆	4
	地震と津波 — 物理教育の立場から	高木 隆司	8
	中学校理科での「原子力」の扱い方についての考察 — 英国の『21世紀科学』第1版などを参考に —	笠 潤平	12
	帯電した平板導体上の電荷分布	谷林 衛, 牧原義一	17
教育報告	日本代表選手と引率役員の両面から見た国際物理オリンピック		
		西口 大貴	22
海外の動向	ヨーロッパの物理教育の多様性	吉永契一郎	27
図書室	『測り方の科学史I 地球から宇宙へ』	大井みさほ	31
教育に関する一言			
	岸本 功/原田 勲/浅井朋彦/鶴岡靖彦/鈴木 勝/覧具博義/澤田信一/山田吉英		33
	開催情報		37
	編集後記		38

表紙デザインおよびカット 成島公代



放射線の科学教育を考える



赤羽 明 埼玉医科大学医学部医学基礎（物理学）

1. はじめに

2011年3月11日の東日本大震災による福島第一原発事故は、3月15日をピークに放射性物質を飛散・拡散させた。我々の放射線計数測定からも通常の数倍の値となり、当地（埼玉県）への飛来を確認した。

原発事故直後から、市民の放射線の人体への影響に対する関心は高く、頻繁に報道された。放射線関連学会、たとえば、日本保健物理学会では「暮らしの放射線 Q&A」コーナーをHP上に設け、市民への積極的な対応を行っていた。放射線関連の用語の扱いについての誤解や誤概念が頻出した¹⁾。

この事故による放射能・放射線に関する学生の関心は高く、学生達とかなり意見交換を行った。そこで、放射線の科学教育の実態（小・中学校、高校、医学系大学）、放射能・放射線に関して学生がどのような意識・理解度を有しているか紹介しながら、「放射線の人体への影響について」を含めた放射線の科学教育を今後どのように構築していくかを考えてみたい。

2. 放射線の科学教育の実態

まず、現在の科学教育の実態を紹介したい。

2.1 中学校理科

小学校、中学校における放射線の教育は、昭和47年（1972年）実施の学習指導要領から行われていないが、平成24年（2012年）4月実施の新学習指導要領では、「放射線」が扱われることになり、すでに3年理科教科書に「放射線の性質と利用」として登場する予定である。実に、今年で40年振りとなる。

学習指導要領の新旧対照表でみると、ほとんど

変化がないが、ただし、新課程の内容の取扱いに「放射線の性質と利用に触れる。」の一文が追記されている。さらに、学習指導要領解説では、「原子力発電では…（中略）核燃料は放射線を出していることや放射線は自然界にも存在すること、放射線は透過性などをもち、医療や製造業などで利用されていることなどにも触れる」となっている。

2.2 高校物理

科目「物理基礎」では、次の通りである。

エ エネルギーとその利用

(ア) エネルギーとその利用 人類が利用可能な水力、化石燃料、原子力、太陽光などを源とするエネルギーの特性や利用などについて、物理学的な視点から理解すること。

内容の取扱いで、

「原子力」については、関連して放射線及び原子力の利用とその安全性の問題にも触れることとなっている。

科目「物理」では、次の通りである。

イ 原子と原子核

(イ) 原子核 原子核の構成、原子核の崩壊及び核反応について理解すること。

新学習指導要領解説では²⁾、原子核、放射線、核反応などについて言及されている。

2.3 医科系大学の物理教育

医科系大学について、高須雄一氏等の報告がある³⁾。それによるといくつかの大学では放射線は物理学の中で行われ、その後、学年進行で、放射線医学（画像診断、放射線治療）関連のカリキュラムが設定されている。埼玉医科大でもほぼ同様である。1年「物理学」（物理未履修クラス、66名／全126名）での放射線関連講義4コマの内容は次の通りである。

- i) 原子核の構成, 核反応, 質量欠損, 核崩壊, 放射線, 半減期, 核分裂, 核融合等.
- ii) 放射線と物質との相互作用, 放射線防護等.
- iii) 線源強度及び吸収・等価・実効線量の単位等.
- iv) 生体への放射線感受性, 医学診断・治療等.

中学校理科および高校の「物理基礎」における放射線の学習は, 両者とも原子力との関連で取り上げられている. 物理学としての扱いは高校「物理」からである. この科目の履修は極めて少ないといえる. そこで, 今後, すべての中・高校生が学べる放射線の基礎物理学習の構築が必要とされる. なお, 医学系大学の一部では放射線関連が取り扱われている.

3. 学生の放射能・放射線への関心・意識調査

2011年7月末, 我々は, 学内に有志の調査研究グループ⁴⁾を立ち上げ, 「学生の放射線に関する意識・理解度調査」を企画, 医学部1~6年を対象にアンケート調査を9月1日から開始し11月12日までに終えた.

アンケート調査は20の質問からなる. 主なものは, 放射線に対する不安や外出の心配, 原発事故関連で知りたいこと, 学習履歴, 単位, 放射能汚染, 外部被曝と内部被曝, 確定的影響と確率的影響, 放射線障害の機構, 自由記述などである. 調査結果の一部を紹介しよう.

質問 原発事故について, どのようなことが不安ですか. 該当する選択肢番号に○を付けてください (複数回答).

- 1) 放射線に関する基礎知識が足りないこと
 - 2) 放射性物質に関する基礎知識が足りないこと
 - 3) 人の健康への影響・被害 (人体への影響)
 - 4) 食品の安全性
 - 5) 不安はない
 - 6) その他
- 1年生の解答は3), 1), 2), 4)の順に解答数が多く, 3)は2年生でも1位であった. 1年生での放射線関連の授業を履修しているためか, 2年生では1), 2)が幾分減少し, その分3), 4)の増加となっているが, 回答は, 1, 2年生ともに同様な傾向を示す.

調査から, 学生の不安, 心配, 関心の高い事柄は, 放射線・放射能の「人の健康への影響・被害 (人体への影響)」及び基礎知識の不足であることが分かったが, 「放射線の人体への影響」分野を含めた学習は中学校, 高校 (生物を含めて), 大学において学習の機会は全くないといえる. しかし, 今, 緊急に必要とされているのはまさに「放射線の人体への影響」, この分野である.

4. おわりに

「放射線の人体への影響」を含めた科学教育をどのように展開することができるであろうか. 放射線の物理学の他に放射線の生物学や医学分野の内容が関わってくる. これらの分野との連携作業が必要になる. その意味では, 現在, 医学系大学で実施されている物理学・放射線医学教育はある程度参考になるのではないかと考えている.

今回の原発事故を通して, むしろ, 学校教育外で, 種々の団体 (関連学会, 研究機関など) が放射線に対する市民向け解説を展開し始めている. これを機会に, 関連分野の研究者との協力により, 放射線の人体への影響分野を含めた放射線の科学教育の検討・構築を期待したい.

アンケート作成・実施にご尽力いただきました「放射線に関する調査研究グループ」の皆様, 並びにアンケート調査の実施にご協力いただきました教職員の皆様, 学生諸君にこの場を借りて厚く御礼を申し上げます.

参考文献および注

- 1) 鈴木亨「放射能や原子力をめぐる誤解や誤概念」大学の物理教育 17 (2011) 147-148.
- 2) 高等学校学習指導要領解説 (平成21年7月).
- 3) 高須雄一, 根本幸雄, 稲田陽一「聖マリアンナ医科大学における物理教育の現状Ⅱ」日本物理学会2011年秋季大会 (富山大学) 21 pRF-1.
- 4) 放射線に関する調査研究グループ: 赤羽 明, 渡辺修一 (生理学), 森 茂久 (医学教育センター), 柴崎智美 (地域医学・医療センター), 鈴木健之 (放射線腫瘍科), 飯塚裕幸 (RI 研究センター).

連絡先 E-mail: akabane@saitama-med.ac.jp

金星太陽面通過の科学

— ハレーが考えたこと



岡崎 隆 北海道教育大学札幌校

1. はじめに

2004年に引き続き、2012年6月6日に金星の太陽面通過が起こる。内惑星である金星が地球、太陽の間を通過し太陽面上を横切ってゆく黒い姿が見える。日本では太陽面進入から離脱にいたる全経過（6.5時間）を観測することができる。これは、単に珍しい天体現象という以上に「科学」として興味深い内容を含んでいる。それは、この現象を観測することによって地球-太陽間距離を確定しようとしたハレーの提案（1716年）とこれに基づいて地球規模で取り組まれた観測の歴史¹⁾である。

ハレーの提案が書かれた論文²⁾はインターネット上に英文で公開されているがその内容は十分知られているとは言えず、和訳を目にする機会もない。以下にハレー論文の主な部分の和訳（文中のカギ括弧内）と解説の結果を示し解説する。また、この現象の不思議な周期性について解説し、科学教育の題材として取り上げるポイントを述べる。

2. ハレーによる太陽視差の推定

地球-太陽間の平均距離(r_E)は約 1.5×10^{11} m、地球半径(R_E)の約2.3万倍である。ハレー、ニュートンの時代にはこの距離（天文単位）に対する惑星の軌道半径(r)の相対的大きさ(r/r_E)と公転周期(T)についてのケプラー第3法則(r/r_E)³ = (T/T_E)²が知られていた(T_E は地球の公転周期)。問題は基本単位の地球-太陽間の距離をどのように求めるかであり、視差測定による距離決定が試みられた。地球半径に対する天体の視差 p (parallax)、天体が見える方位の差から地球-天体間距離 L が求められる($L=R_E/p$)。太

陽視差 $p_S=R_E/r_E \approx 1/23000=8.8''$ (秒)を直接測ることはできないが地球に隣接する火星、金星の最接近時にその視差 p を測ることができれば、これを太陽視差 $p_S=(L/r_E)p$ に換算できる。火星の視差は恒星を基準に、金星の視差は太陽面を基準に測定すればよい。ハレーは金星の太陽面通過観測によって太陽面上の金星視差を求め、太陽視差、地球-太陽間距離を確定しようとしたのである。

ハレーは天文学者によって主張される地球-太陽間距離がまちまちであるなかで、観測される惑星の見かけの大きさ(視半径)と、月、水星、金星、地球の大きさに関するもっともらしい仮定から太陽視差(=太陽から見た地球の視半径)を次のように推定している²⁾。

「太陽面で光を奪われた金星や水星を望遠鏡で観測することによって惑星の見かけの大きさはこれまで考えられていたものよりずっと小さいことが判明した。金星の視半径は太陽から見て $15''$ 、水星、土星は $10''$ 、木星は $20''$ 程度である。これらから類推して、現代の天文学者は太陽から見た地球の視半径は木星と土星、水星の間で、金星と等しく $15''$ 、太陽-地球間距離は地球半径の14000倍と結論している。別の考察は、この距離をこれよりやや大きいとするがその理由は、月の大きさが地球の大きさの $1/4$ より大きく、もし、太陽の視差が $15''$ とすると月の大きさは水星より大きい、つまり二次的惑星(衛星)が主惑星より大きいということになり宇宙の調和とシンメトリーに矛盾するよう見えるためである。他方、大きな衛星を伴い上位の惑星であるわれわれの地球が衛星を持たない下位の惑星である金星より小さいということはありえない。したがって、

所で金星の太陽面通過が正しく観測されるなら、ネルソン港での観測は東インドにおけるより全体として17分長いものになることは明らかである。」

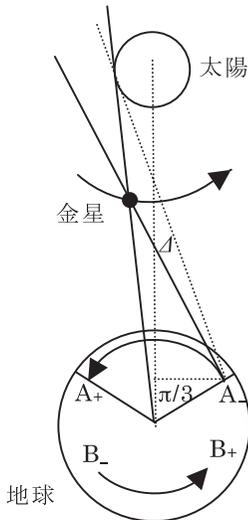


図2 A₋での金星太陽面進入の遅れ

文中の「(3/4)′促進」は、図2に示すように自転軸上の仮想的観測を基準とした金星の太陽面進入の遅れと離脱の早まりを見積もったものである⁴⁾。北緯23度、東側に4時間分(60度)離れた位置(ガンジス河口、図2のA₋)から観測される金星は太陽縁から角度にして

$$\Delta = \sin 60^\circ \cos 23^\circ p_{VS} \approx (3/8)'$$

だけ離れており太陽面進入が遅れる。A₊においても同様のずれが生じ太陽面離脱が早まる。金星の太陽面通過角速度(ω)は金星、地球の公転周期、軌道半径比から毎時4′と求められ太陽面通過時間の短縮 $2\Delta/\omega = 11$ 分が得られる。地球の裏側(ハドソン湾B_±)では逆のことが起こり通過時間は延びる。

地表で観測されるこの現象は最大8時間($2\theta_S/\omega$)ほどを要するため、この間の地球自転による観測点の移動が視差を生み、これは観測点の位置によって異なるために通過時間差となって現れる。地球の表側での通過時間の短縮、裏側での延

伸を利用すれば最大の効果が得られるのである。ハレーは金星が太陽中心付近(低緯度)を通過することを予想しており⁵⁾、この場合、観測点の南北緯度差による金星の通過径路差が生じにくいために自転効果による視差導出を提案したと考えられる⁴⁾。

4. 金星太陽面通過の特異な周期性

この現象のもうひとつの興味深い点は、その不思議な周期性である。ケプラーが予報し始めて観測された1631、1639年、ハレーの提案でこの現象の科学的意義が明らかになり地球規模で観測が行われた1761、1769年、日本が観測適地となり仏、米、メキシコの観測隊が訪れた1874年と1882年である。8年の短周期と百年超の長周期(105.5、121.5年)を繰り返している。この現象は金星、地球の公転軌道が交差する直線上(金星の昇降点)で両惑星が会合したときに生じるため、その公転周期が持つ特別な関係が現象の特異な周期性をもたらしているのである⁶⁾。

地球の公転周期 T_E に対して金星の公転周期 T_V は0.6152年でこれは偶然にも有理数8/13に非常に近い値である。8年間に金星は13回、地球は8回公転しこの間に5回の会合が生ずる。地球、金星の公転はほぼ等速円運動であるから会合周期 $T = 1/(1/T_V - 1/T_E)$ は約8/5年、地球、金星の会合は公転軌道上を五等分する位置で8年ごとに生じるという規則性を近似的に持っておりこれが現象の周期に反映するのである。

規則性の破れはわずかで8年ごとの会合はその軌道上の位置を約2.4度ずつずらして行く(図3)。太陽半径、金星軌道傾斜角、地球・金星軌道半径によって決まる金星の太陽面通過条件は軌道交差線から ± 1.7 度の範囲であり2.4度の会合位置のずれがここに含まれ8年の短周期が生じる。昇交点での太陽面通過の後、次の会合位置(降交点から36度)が2.4度のずれを繰り返し降交点に到達する113.5年後($36/2.4 \times 8$ 年)に次の太陽面通過が生ずることになる。8年の短周期と百年を越す長周期を繰り返すこの現象の特異な周期

拠がないので、可能性の指摘に留めておく。

2.4 今回の地震で不思議なこと

今回の地震で、海底の一部が24 mも東方に動いたことがわかり¹⁾、地震学者は異例のことだと言っていた。プレートの移動によって押され続け、それが解放されたと考ええると、約300年間そこには滑りがなかったことになる。その間にも東北地方で地震が発生していたことを考えると、プレート間の接触面には滑りやすいところと滑りにくいところがあると考えざるを得ない。

最近、プレート同士が固着して滑りにくい箇所(アスペリティと呼ぶ)を考慮した研究が始まっている。この点が解明されると、今後の地震予知技術が大きく進歩するであろう。

3. 津波の発生と伝搬

プレートの急激な動きによって海底の広い範囲が隆起、あるいは陥没したとき、海面に波が発生する。それが海岸に到達したものが津波である。したがって、津波を理解するには、水の波についての基本的な性質を知らねばならない。

3.1 水の波の基本形

水の波は縦波か横波か、という問いに対しては、答えは「どちらでもない」である。波の進行は水平方向であるが、水の動きをよく観ると、上下と進行方向の両方の動きを含む。

図1は、波長に比べて十分深い海で生じる波であり、水面の水は円運動をしている。円運動の位相がすこしずつずれていることによって、波の形が現れる。船によって生まれる波は、このような波の例である。波の波長を λ とすると、波の伝搬速度 c は次式で与えられる(g は重力加速度)。

$$c = \sqrt{g\lambda / 2\pi} \quad (1)$$



図1 波長に比べて十分深い海で生じる波

次に、図2のように、深さ h に比べて波長が

十分長く、振幅が十分小さい波を考えてみよう。表面の水は、上下につぶれた楕円のような軌道を描く。この波は、浅水波と呼ばれ、伝搬速度は次式で与えられる。

$$c = \sqrt{gh} \quad (2)$$

式(1)、(2)は、粘性がない流体に対するベルヌーイの定理を用いて導くことができる(付録1, 2参照)。

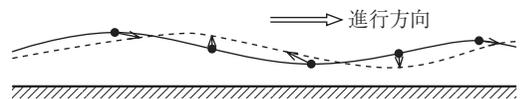


図2 浅水波

3.2 津波の発生

プレート間地震で生じた波が、日本にやってくるとき、海の深さは大陸棚の深さ、約100 mである。一方、その波長は、プレートの隆起領域と同程度で、数10 km~数100 kmなので、地震で生じる波は浅水波である。大陸棚での伝搬速度は、 $h=100$ mを式(2)に代入すると、 $c \approx 30$ m/sとなる。一方、太平洋を横断する波は、深さを4000 mと仮定すると $c \approx 200$ m/sとなり、かなり速い。

津波の発生直後では、海面のもりあがり、地震発生時のプレートの動きと同程度であり、せいぜい2~3 mくらいである。広い範囲でこの程度もりあがっても、海面はほとんど平らである。しかし、海岸に近づくにつれて波の高さが増大していき、今回の大震災における津波のように、10 mを越す壁のようになる。その仕組みは、式(2)によって理解することができる。

波が海岸に近づくとき、深さ h が小さくなり、伝搬速度も小さくなる。すると、海岸に近づいた波は後から来る波に追いつかれる。こうしていくつも波が重なるので、波の振幅も大きくなる。図3は、この様子を図示したものである。

式(2)は、波の振幅が深さに比べて十分小さいと仮定して導いたものである。ところが、海岸近くで図3のように波が重ねあわせられて振幅が大きくなると、この仮定が成り立たなくなる。

この場合、式(2)の h を、海底から波の頂点ま

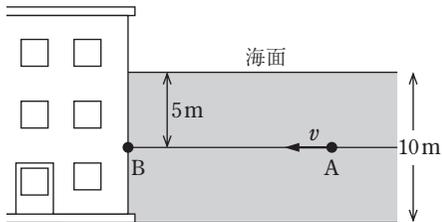


図5 建物に当たる流れにベルヌーイの定理を応用する

点Aでの圧力は、大気圧 p_0 と深さ $h=5\text{m}$ での静水圧の和である。以上から、壁上での圧力は

$$p_B = p_0 + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 \cong p_0 + 1.0 \times 10^5 \text{ [Pa]}$$

となる。建物の裏側には水が来ていないとすると、その圧力は大気圧なので、圧力の差は $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ である。

建物の横幅を仮に 10m とすると、 100m^2 の面積にこの圧力差がかかることになり、建物全体では 10^7 N 、すなわち約 1000t 重の力になる。この力を受けたら、鉄筋コンクリートの建物でも無事にはすまないであろう。

5. おわりに

地震や津波について、主として流体力学に基づいて基礎的な知識を述べた。自然界や日常生活における流体力学的な現象について、手っ取り早く基礎的な知識を得るには、ハンドブックや事典が役に立つ。ここでは、文献3)を挙げておく。地震や津波に関する文献は多数ある。筆者が参考にしたものを3点挙げる⁴⁻⁶⁾。文献6)の著者は、大船渡市在住(2008年現在)であり、地元で地道な調査を続けていた。水の波について詳しく解説した流体力学の参考書として、文献7)を挙げよう。この書物には、大きな振幅の波(非線形波動と呼ばれる)の理論的な定式化も与えてある。

では、本論が少しでも読者の参考になることを祈りながら筆を置くことにする。

付録1: 式(1)の導出

図1において、円運動の半径を a 、速さを v とする。水面の水が1回転する時間 $2\pi a/v$ は波の

周期であるから $2\pi a/v = \lambda/c$ 。

この波を、速さ c で右に動く座標系でみると、波の形は定常になる(図6参照)。点A,Bでの流速はそれぞれ $c-v$ 、 $c+v$ 、圧力 p はどちらも大気圧である。円の中心を基準にとると、 U は点A,Bでそれぞれ ρga 、 $-\rho ga$ である。点AとBで式(3)の左辺が等しいとおけば、式(1)が導かれる。

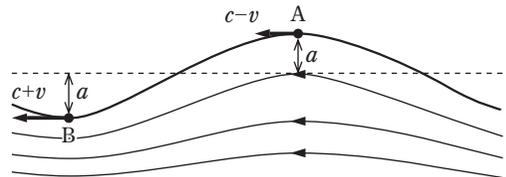


図6 速さ c で右に動く座標系でみた流速分布

付録2: 式(2)の導出

図2の浅水波を、速さ c で右に動く座標系で見ると、ほとんど水平方向に流れる水流になる(図7参照)。点A,B,それらの中間の高さをそれぞれ $h+a$ 、 $h-a$ 、 h 、速度をそれぞれ v_A 、 v_B 、 c とする。左に流れる流量が一定であることから、

$$v_A(h+a) = v_B(h-a) = ch,$$

これから、 $v_A = c(1-a/h)$ 、 $v_B = c(1+a/h)$ 。

点A,Bで圧力は大気圧に等しく、点A,Bで式(3)の左辺が等しいとおけば、式(2)が導かれる。

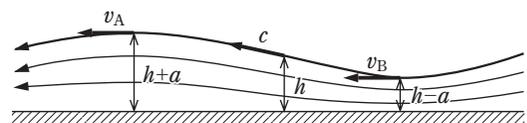


図7 速さ c で右に動く座標系でみた浅水波の流速分布

参考文献

- 海上保安庁海洋情報部 記者発表(平成23年4月6日)
http://www1.kaiho.mlit.go.jp/KIKAKU/press/2011/H230406_miyagi.pdf
- 川崎一朗『スロー地震とは何か』NHKブックス(2006)。
- 神部勉編『ながれの事典』丸善(2004)。
- 日本地質学会編『地震列島日本の謎を探る』東京書籍(2000)。
- 尾池和夫『活動期に入った地震列島』岩波書店(2007)。
- 山下文男『津波でんでんこ』新日本出版社(2008)。
- 戸田盛和『流体力学30講』朝倉書店(1994)。

連絡先 E-mail: jr.takaki@iris.ocn.ne.jp

生んでいる、というものであった。英国とは、科学と社会の成熟した関係を目指しているかどうかには大きな違いがある。

5. 結論：「信頼の危機」と「科学コミュニケーション」と「理科教育」

放射線の基礎知識，単位，生体へ影響，内部被ばく，半減期の理解を正確にする教育は重要であるが，それだけが問題なのではない。そして，今後の学習指導要領は，原子力問題において科学と社会の間の領域の問題の教育に踏む込むことを打ち出した。しかしそのとき，文部科学省は，どのように科学と社会の関係を自分で議論できる市民を育てるかという問題に対する真摯な検討を経ぬまま，原子力推進の立場の宣伝とされても仕方がない内容を持ち込んでしまった（このことは，先日発表された政府の福島第1原発事故調査・検証委員会の中間報告と先述の副読本の記述を比べただけでわかる）。行政・政治家・原子力産業・原子力学会などの専門家に対する現在の「信頼の危機」は，市民を主権者とするはずの国における教育や科学コミュニケーションに対するこうした乱暴な姿勢に対する正当なリアクションという面が少なくない。今後の震災と未曾有の原発事故を前に我々はこの問題を真剣に考えなければならない。

日本の理科においても，多様な意見の存在を前提として，民主主義的な社会の主権者として，科学と社会に関わる諸問題に対してよりよく共同で意思決定する市民を育てる教育をより意識的にすべきである。

そのためには，科学と社会の関係についてのつぎのような原理的理解を国民の中に育てようというコンセンサスとその下での教材づくりの努力が理科教育関係者に必要であるように思われる。

①「公衆の科学理解」問題に対する，「市民と専門家は双方向的な科学コミュニケーションのパー

トナーである」ないしもう一步踏み込んで科学に対する市民の立場の優位性という考え方の理解

② 市民の中の多様な意見・立場の存在の理解

③ 専門家の中でも多様な意見の存在を当然視する姿勢

④ 科学に関わりながら科学だけではあるいは専門家の見地だけでは答えられない問題があることの理解¹²⁾。

そして，その際，より具体的に言えば，たとえば，予防原則の観点などが重要になるだろう。付言すると，本稿で参考例として挙げた英国の『21世紀科学』コースにも核兵器ないし軍備・戦争と科学との関係についての扱いがほとんどないなどの疑問点がある。当然のことながら，たんにこのコースを踏襲すればよいというわけではない。

本研究は，基盤研究（C）「課題番号2 22500856 科学的リテラシーの要素としての科学的なデータの見方の研究と教材開発」の補助を受けている。

参考文献および注

- 1) 出版労連 教科書レポート 54 (2011)。
- 2) 原子力学会「新学習指導要領に基づく小中学校教科書のエネルギー関連記述に関する提言」(2009)。
- 3) 文部科学省『中学校学習指導要領』2008年公示。
<http://www.aesj.or.jp/information/kyouiku090408.pdf>
- 4) 文部科学省・資源エネルギー庁「原子力ワールド」(2010)。
- 5) R. Millar and Y. Osborne, eds. *Beyond 2000* King's College London (1998)。
- 6) 笠潤平 物理教育 54 (2006) 19-27。
- 7) UYSEG and Nuffield Curriculum Centre *Twenty First Century Science: GCSE Science Higher Level Textbook* Oxford Univ. Press (2006) および同コース規定文書。なお，第2版(2011年)は内容が異なる。
- 8) 笠潤平 物理教育通信 138 (2009) 52-65。
- 9) 小林傳司『トランスサイエンスの時代』NTT出版(2007)。
- 10) Royal Society *The Public Understanding of Science* (1985)。
- 11) The Select Committee on Science and Technology *Science and Society—Third Report* House of Lords (2000)。
- 12) A. M. Weinberg, *Minerva* 10 (1972) 209-222。

連絡先 E-mail : jpryu@ed.kagawa-u.ac.jp

帯電した平板導体上の電荷分布



谷林 衛

元鹿児島大学理学部, 牧原義一

三重大学教育学部

1. はじめに

径に比べて十分に長い円筒表面上の、軸に平行な2枚の導体間の容量が、複素関数論と有限フーリエ級数とを利用して求められることが著者の一人によって紹介された¹⁾。ここでは、複素数 z^n , z^{-n} の線形結合が単位円の内外で正則であることを考慮し、それが単位円上の境界条件を満たすように接続して解が求められている。しかし、この場合の導体配置は湾曲したものであって、電磁気学の講義で必ず取り上げられる平板コンデンサーにはこの手法は使えない。実際、単一導体上の電荷分布については解析的な解が知られている場合もあるものの²⁾、導体が2つ以上ある場合には、問題の定式化は簡単にも関わらずそれを解析的に解くことは、同心円筒のように対称性のよい場合以外は困難である。

教科書では、平板コンデンサーの容量は、端の効果を無視して電荷が極板上に一様に分布したときの値が述べられ、端の効果は簡単に定性的に言及されているだけである。現在大学で使用されている教科書の大部分について調べてみたが、この事情は近年のコンピューターおよび計算技術の著しい進歩にも関わらず、定量的な計算法について述べているものはなく、かなり古い時代の教科書と変わっていない。この稿では、平板導体上の電荷分布、端の効果を取り入れたコンデンサー容量、その導体間隔依存性等を、数値計算によって求める方法を述べる。この計算法は、境界要素法³⁾の考え方をういたものであり、平行平板コンデンサーだけでなく、導体の配置がもっと一般的な場合にも適用することが可能であることを示した。

2. 2次元静電場の問題

図1に示されているように、一様な幅 $2b$ に比べて紙面垂直 (z 軸) 方向に十分長い2枚の薄板導体が間隔 $2d$ で平行に向き合い、 z 軸方向の単位長さ当たり $\pm Q$ の電荷を持って帯電しているものとする。このときの導体上の電荷の分布と導体の周りのポテンシャルを、数値計算によって解くことを試みる。この場合、導体上の電荷分布は導体の幅 x 方向では変化するが、紙面に垂直な方向では一定となるため、この問題は x - y 平面上の2次元の静電場の問題として取り扱うことができる。また、問題の対称性から上の導体板の右半分の電荷分布がわかれば問題が解けたことになる。

そこでこの部分を n 個の区間に分け、各区間にある電荷を近似的にその区間の中央の点に集中させて取り扱うことにする。すなわち i を1から n までの整数、 $x_i = (i-0.5)b/n$, $y_i = d$ とし、点 (x_i, y_i) に q_i の電荷があるものとする。問題の対称性から点 $(-x_i, y_i)$ には q_i , $(\pm x_i, -y_i)$

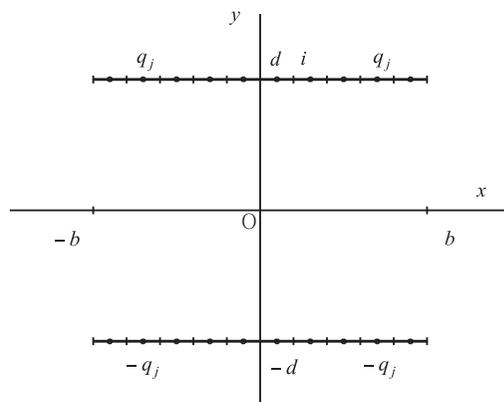


図1 $y = \pm d$ にある幅 $2b$ の導体を $2n$ 個の区間に分けて考える。図は $n=5$ の場合で、黒丸で示された区間の中心に、その区間の電荷を集中させて取り扱う。

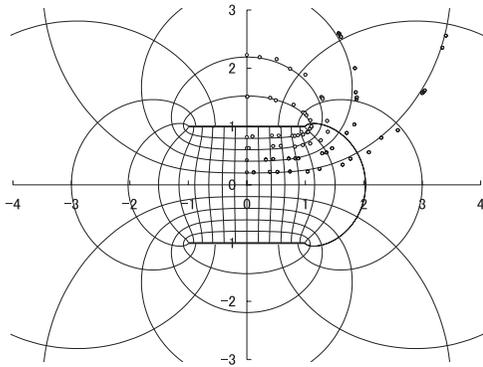


図3 図2の場合の等電位線と電気力線. 丸印は有限要素法による計算結果を示す.

性のよい場合等に限られていて、一般的には解けない場合が多い。そのとき、さらにその先に進むためには、数値計算によって解を求める以外には方法はない。その際、誤差評価が重要であり、ここでは、解析的に解が得られる問題について、本稿の数値解と比較し、誤差の目安として示すことにする。

そのために、幅 $2b$ の平板導体が1枚あって、それが単位長さあたり Q の電荷を持って帯電しているときの導体上の電荷分布について考える。これは、3次元の場合については教科書に載っている²⁾。2次元の場合も同様の考察によって求めることができ、それは次式によって与えられる。

$$\sigma_{th}(x) = \frac{Q}{\pi} \frac{1}{\sqrt{b^2 - x^2}} \quad (7)$$

本稿の計算法は導体が1枚の場合にも適用できるので、これによって得られた電荷の値 $\sigma_c(x_i)$ と理論的に知られている (7) 式の電荷の値 $\sigma_{th}(x_i)$ とから、誤差の目安として

$$E = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n |\sigma_c(x_i) - \sigma_{th}(x_i)|^2}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{th}(x_i)} \quad (8)$$

という値を n を変えて求め、 $n=5, 9, 19, 49$ のとき $E=0.061, 0.045, 0.031, 0.020$ という結果を得た。一般的に、分割数 n を大きくすると、誤差が小さくなるとともに、計算に必要な配列の数が n^2 に比例して増え、連立方程式を解く時間も長

くなる。また、平板の端の所では、電荷密度は理論上無限大になり、これはコンピューターの苦手とするところで、誤差が大きくなる。実際、この端の所を除けば、誤差 E は上記の値よりも1桁近く小さい。

上の計算では、区間 j の中心にその区間の電荷を集中させ、それによる区間 i のポテンシャルの平均値を求めることによって $a(i, j)$ を計算した。これに対し、区間 j には電荷が一様に分布しているとし、それによる区間 i の中心点でのポテンシャルを求めて $a(i, j)$ を計算することも考えられる。さらに、区間の幅に比べて区間 i と区間 j との距離が十分大きいときには区間の幅を無視してもよいので、区間 j の中心に集中させた電荷による区間 i の中心点でのポテンシャルを用いて $a(i, j)$ を求めることも考えられるし、さらにまた、区間 j に一様に分布した電荷による区間 i のポテンシャルの平均を用いて $a(i, j)$ を求めることも考えられる。実際に試してみたところ、これらはいずれも結果に大きな差を生じなかった。

再び2枚の導体の問題に戻ろう。 q_i がわかったので全電荷 $Q = 2 \sum_{i=1}^n q_i$ を計算することができ。一方、2枚の導体の電位差は $1/\pi\epsilon$ なので、導体間の単位あたりの容量は $C = 2\pi\epsilon Q$ によって求めることができる。こうして計算した C と、端の効果を無視したときの容量 $C_\infty = \epsilon b/d$ との比 C/C_∞ を、 b/d を変えて求めてみた(図4)。予

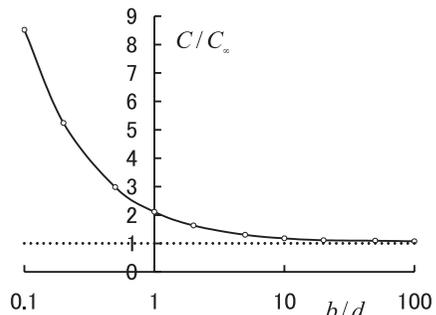


図4 極板の幅 b と極板間隔 d との比 b/d と容量の比 C/C_∞ との関係。

想どおり， b/d が大きくなるにつれて C/C_∞ が1に近づくことがわかる．

ここまでは平行平板コンデンサーの問題を取り扱ってきたが，本稿の計算法は平板導体の配置が任意のものであっても適用することができ，図5はそのような場合の1例である．また，導体が平板でなくてもこの計算法を適用することができる．図6は，帯電した平板と円筒の導体の例である．この場合，円筒の断面を正多角形で近似し，各辺の中心にその電荷を集中させて，また平板は前の例と同じように多数の等しい区間に分けて取り扱った．そして，それらの離散的な電荷が作るポテンシャルの各区間内の平均値が，平板では1，円筒では未知の一定値 c ，かつ平板と円筒の電荷の和が0となるように，連立方程式を作り解を求めた．図の配置の場合，円筒のポテンシャル ϕ の値は $\phi = 2\pi\epsilon c = -1.12\pi\epsilon$ であった．また，得られた平板および円筒上の電荷から円筒内のポテンシャルを計算すると，その値は位置に依らずこの値になることが確かめられた．このことは，導体が中空の円筒ではなく中の詰まった円柱であ

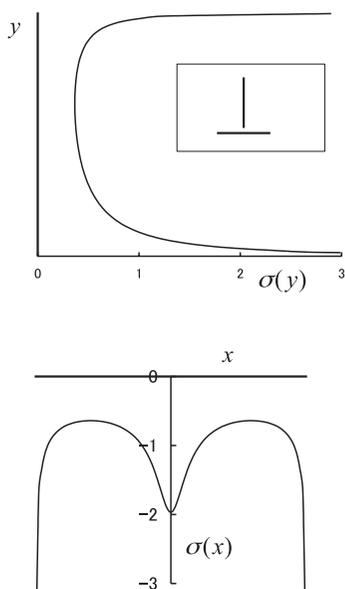


図5 それぞれ正負に帯電した2枚の平板導体が互いに垂直に配置した場合(内図)の電荷分布. x 方向, y 方向の導体の幅は共に2でその間隔は0.1である.

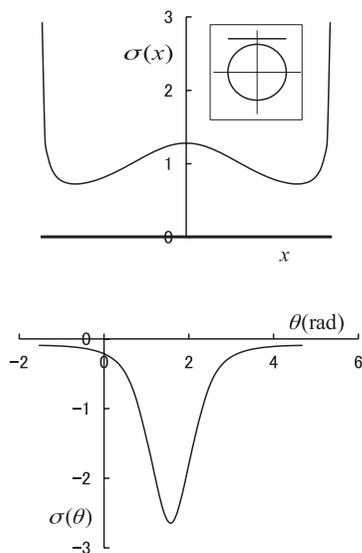


図6 円筒導体と，その直径に等しい幅の平板導体が内図のように位置して，反対符号に帯電しているときの夫々の導体上の電荷分布. 図は円筒の半径を1とし，平板との間隔を0.2としたときのものである． $x=0$ および $\theta=\pi/2$ の位置に電荷が集中しているのが見られる．

っても，電荷は表面に分布しているから，この方法が適用できること，また，その断面が任意の曲線となるような柱状の導体にもこの方法を適用することができることを示している．そこで，平行に並んだ2本の円柱導体が，絶対値の等しい反対符号の電位を持って帯電しているときの，導体上の電荷分布をこの計算法で求めてみた．そして，それから導体の単位長さ当りの電荷を求め，それを導体の電位差で割って，導体系の単位長さ当りの容量を求めた．これはレッヘル線(2本の平行導体円柱)の電気容量で，導体間隔を d ，導体の半径を r とすると，

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\log \left\{ \frac{d}{r} + \sqrt{\left(\frac{d}{r}\right)^2 - 1} \right\}} \quad (11)$$

であることが知られている．たとえば， $d/r=2$ のとき $C/\pi\epsilon$ の値は0.7593となるが，本稿の計算法によって得た値は0.7595となって良く一致することが確かめられた．図7に両者の値のグラフを示す．このよい一致は再び本計算法の有効性を

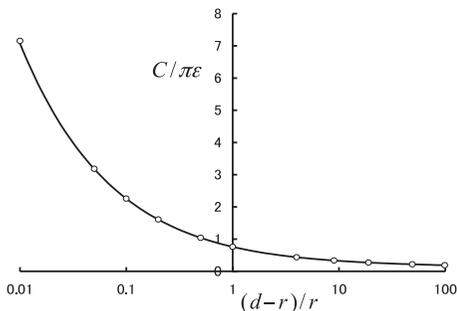


図7 レッヘル線（2本の平行円柱導体）の単位長さ当りの容量。実線は（11）式によって求めた値、丸印は本論文の計算法による値を示す。

示すものである。

3. おわりに

コンデンサーの容量は電磁気学の講義のはじめのところで学習する。そこでは、端の効果は簡単に述べられるだけで、実際にその大きさがどの程度なのか記しているものは少なく、定量的にその大きさを示すのに、この稿が参考になれば幸せである。また極板間の距離と極板の大きさが同程度の場合には、電気力線や等電位線は、端の効果を無視したものとの程度異なるかを視覚的に理解させるのにも本稿の方法は有効であろう。物理的教育では、この例のように数値計算により現象を図示し可視化することによって学生の理解を深めさせること、また学生自らがプログラムして数値計算を実行し計算能力を高めることは大切なこと

であるが、ここに示した計算法は個人のパソコンで十分に実行可能で、学生の演習にも利用できるものである⁴⁾。

本稿の方法は種々の形状・配置の導体に対して適用できるので、たとえば導体平板の幅が違う場合とか、断面が非円形の導体棒の間の容量とか、学生にいろいろと計算させてみるのも、彼らの興味を引き起こし静電場の理解を助けるのに有効であろう。また、導体の断面が矩形の場合には、厚さに比べて幅が十分大きいときの解を求めると、平板コンデンサーの電極の表面、裏面に電荷がどのように分布するかを求めることもできる。当然のことながら、はじめに述べた円筒上の導体の問題について、複素関数論応用による解とこの方法による解との間には良い一致が見られた。また、本稿の方法に適当な修正を加えることにより、軸方向に有限の長さを持つ3次元の導体の問題についても、この方法を適用することが可能である。

参考文献および注

- 1) 谷林 衛 大学の物理教育 15 (2009) 125.
- 2) ランダウ, リフシッツ (井上健男訳)『電磁気学1』東京図書 p.30.
- 3) 戸川隼人, 下関正義『パソコンによる境界要素法入門』サイエンス社 (1983).
- 4) 数値計算プログラムの例をホームページに公開した.
<http://www.cc.mie-u.ac.jp/~makihara/index.htm>

連絡先 E-mail : mamoru.tanibayashi@ma9.seikyoku.ne.jp
makihara@edu.mie-u.ac.jp



「NUMB3RS」というアメリカのテレビドラマをレンタルDVDで観ました。若き天才数学者がFBIの捜査に協力し難事件を解決していくというストーリーで、ネットワーク理論やマルコフ過程など、毎回新しい数学用語が登場します。さまざまな社会問題を絡ませて、数学ってこんなに役に立つんだと視聴者に思わせてしまう演出だなと思いました。天才物理学者が活躍する日本のテレビドラマ「ガリレオ」との雰囲気の違いは、FBIと警察の違いか？カリフォルニアの大学と東京の大学の違いか？それとも数学者と物理学者のキャラの違いか？
(大野栄三)

予測不可能な事態に対してどのように備えるべきなのか。本当に予測は不可能なのか。実は自分の都合のいいように考えているだけで、本質どころか何も直視できていないのではないのか。そんなことを考えることが多くなった。いわゆる「ゆとり教育」を受けた学年の大学進学が始まった2006年から6年が経過し、初等教育段階から「ゆとり教育」を受けた世代に私たちは遭遇している。そういえば、共通一次試験が始まったころの世代は、当時「新人類」と呼ばれていたのを思い出す。私たちはまだ、より深刻な予測不可能な事態に直面していないのかもしれない。

本号をもって、波田野委員が編集委員を退くことになりました。波田野委員は本誌1996年3月号(通算5号)から16年間、編集委員を務めました。1996年3月号の編集後記に当時の波田野委員の顔写真が載っていますが、その写真を見ると、16年前から時間が経過してい

ないような錯覚をしてしまいます。波田野委員は、その最初の編集後記で「教育」という漢語について述べています。読み返してあらためて、「教育」の場面では、教え「育てる」だけでなく、実は教える側が「育てられている」ことに気づかされました…。読者の皆さま、これからも本誌ならびに編集委員会をよろしくご厚意申し上げます。
(田中忠芳)

生命とは「時間を能動的に取り込んでいるもの」と、ことあるごとにいっている。

原始生物から高等生物まで、それぞれ自然に対して時間の流れに逆らって営みを続けている。そこではミクロな化学反応の変化に応じた時間から、肉体的な活動の時間、ヒトにあっては思考や理解の時間といった、生命活動での様々な固有時間のスケールがある。同じ1年も、若人と高齢者とはいろいろ異なっている。本誌の教育対象は尊き若人である。それに対応するためには、彼らの固有時間スケールにあったテンポに追従できなければならないだろう。編集委員として本誌に長期間齢を重ね関わって、もっと早期での退任がふさわしかったと振り返っている。この間の読者のみなさまには、至らなかつたことや不明なることの数々をお詫びし、お許を願う。

(波田野彰)

「大学の物理教育」編集委員

大野栄三 興治文子 佐藤 実 鈴木康夫 田口善弘
田中忠芳(委員長) 谷口和成 並木雅俊 畠山 温
波田野彰 松浦 執 山本隆夫

<学術著作権協会に複写権委託済>

本誌を複写される方へ

本誌に掲載された著作物を、法律(著作権法第30,31,35条等)で許可されている範囲以外で複写したい方は、下記団体から許諾を受けて下さい。なお、著作物の転載・翻訳のような複写以外の許可願いは、直接本会宛にお送り下さい。

国内およびアメリカ合衆国以外の外国における複写
学術著作権協会
〒107-0052 東京都港区赤坂9-6-41 乃木坂ビル
Tel: 03-3475-5618 Fax: 03-3475-5619
E-mail: kammori@msh.biglobe.ne.jp

アメリカ合衆国における複写
In USA Copyright Clearance Center, Inc. 222
Rosewood Drive Danvers, MA 01923 USA.
Tel: (978) 750-8400 Fax: (978) 750-4744
<http://www.copyright.com>

大学の物理教育 第18巻 第1号

©日本物理学会 2012

Physics Education in University

編集 〒105-0004 東京都港区新橋5丁目34番3号 栄進開発ビル5F

日本物理学会物理教育委員会
「大学の物理教育」編集委員会

印刷 〒113-0033 東京都文京区本郷5丁目4番6号

株式会社 学術図書出版社

発行 〒105-0004 東京都港区新橋5丁目34番3号 栄進開発ビル5F

一般社団法人 日 本 物 理 学 会

電話 03-3434-2671 (代) 振替 東京 00120-4-167544

2012年3月15日 発行