

# 量子エンタングルメントのテレポーテーション

古澤 明

〈東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 CREST, 科学技術振興機構 103-0028 東京都中央区八重洲 1-9-9〉

近年、「量子テレポーテーション」という言葉を聞いたことがある人は多いと思う。ただ、「テレポーテーション」という言葉のSF的な響きが影響して、あまり物理の話とは思っていなかった人が多いと思う。本稿では、できるだけ多くの人に、量子テレポーテーションがどのようなものであるか認識してもらうことを目指している。特に量子テレポーテーションの検証である量子エンタングルメントのテレポーテーションについて詳しく述べる。

## 1. はじめに

量子テレポーテーションについて述べる前に、量子テレポーテーションにおける不可欠な概念「2つの量子系(ここでは調和振動子系に限定する)が同じ状態にある」とはどのようなことであるかを考えてみたい。実は、このこと自身非常にデリケートな問題なのであるが、筆者の見解は以下のようなものである。

「どの瞬間においても1組の共役物理量の等しい2つの量子系は同じ状態にある。」

これは式で書けば、2つの量子系をA, Bとし、(一般化された)位置演算子を $\hat{x}$ 、(一般化された)運動量演算子を $\hat{p}$ としたとき、 $\langle \hat{x}_A - \hat{x}_B \rangle = \langle \hat{p}_A - \hat{p}_B \rangle = 0$ かつ $\langle [A(\hat{x}_A - \hat{x}_B)]^2 \rangle = \langle [A(\hat{p}_A - \hat{p}_B)]^2 \rangle = 0$ となることである。つまり、共役物理量の平均値が等しいだけでなく、差の分散も零となるといふきつい条件である。

次に量子テレポーテーションについて述べる。量子テレポーテーションとは量子状態伝送のことである。つまり、入力された量子系Vと同じ状態にある量子系を、量子エンタングルメントと古典的な情報を用いて空間的に離れた地点に出現させることである。ただし、後で説明するが、入力された量子系の状態は送信者側での測定により壊れてしまう。

量子テレポーテーションが成功したとは、出力側の量子系をBとすると、 $\langle \hat{x}_V - \hat{x}_B \rangle = \langle \hat{p}_V - \hat{p}_B \rangle = 0$ かつ $\langle [A(\hat{x}_V - \hat{x}_B)]^2 \rangle = \langle [A(\hat{p}_V - \hat{p}_B)]^2 \rangle = 0$ とすることである。しかし、これは直接検証しようがない。量子テレポーテーションの過程で、入力の量子系Vの状態が壊れてしまっているため、入出力の状態が同時に存在することはないからである。量子エンタングルメントのテレポーテーションでは、エンタングルした量子系の対(ある意味で双子の量子系)の片方をレポートし、出力された量子系と残しておいた量子系とを比較することにより、量子テレポーテーションの検証をしようとするものである。以下、このような動機のもとに行われた量子エンタングルメントのテレポーテーションについて述べる。

## 2. 量子テレポーテーション

量子テレポーテーションのエッセンスを書くと次のようになる。<sup>1-3)</sup>

(i) 送信者(アリス)と受信者(ボブ)の間で、 $\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ の同時固有状態<sup>\*1)</sup>のうち、固有値が $x_A - x_B = 0$ 、 $p_A + p_B = 0$ である状態 $|\text{EPR}\rangle_{AB} = \lim_{q \rightarrow 1} \sqrt{1 - q^2} \sum_{n=0}^{\infty} q^n |n\rangle_A \otimes |n\rangle_B$ を共有する。添え字A, Bはアリス、ボブそれぞれの手元にある量子系を示している。ただし、 $|n\rangle$ は量子数nのエネルギー固有状態である。この状態は、いわゆる(狭義の)アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン(EPR)状態である。<sup>5)</sup>

(ii) アリスは、検証者(ヴィクター)から渡された送りたい状態 $|\phi_V\rangle$ にある量子系Vと、自分のところにあるEPR状態の片割れの量子系Aを合わせて、「相対位置」 $\hat{x}_- = \hat{x}_V - \hat{x}_A$ と「運動量の和」 $\hat{p}_+ = \hat{p}_V + \hat{p}_A$ を測定する。この測定により、アリスは測定値 $x_-, p_+$ を得る。<sup>\*2)</sup>ここで、 $\hat{x}_-$ と $\hat{p}_+$ の同時測定は、これらの同時固有状態<sup>\*3)</sup> $|x_-, p_+\rangle = 1/\pi \sum_{n=0}^{\infty} \hat{D}_V(x_- + ip_+) |n\rangle_V \otimes |n\rangle_A$ への射影となっている。ただし、 $\hat{D}_V(x_- + ip_+) = e^{2i(p_+ \hat{x}_V - x_- \hat{p}_V)}$ であり、位相空間における $x_- + ip_+$ の変位操作<sup>\*4)</sup>となっている。同時測定の結果、EPR状態にあるボブ側の片割れの量子系Bの状態 $|\Psi(x_-, p_+)\rangle_B$ は、測定前の全系 $|\phi_V\rangle \otimes |\text{EPR}\rangle_{AB}$ と $|x_-, p_+\rangle$ の内積となり、

$$|\Psi(x_-, p_+)\rangle_B = \lim_{q \rightarrow 1} \sqrt{\frac{1 - q^2}{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} q^n |n\rangle \langle n| \times \hat{D}(-x_- - ip_+) |\phi_V\rangle_B \quad (1)$$

となる。

(iii)  $\lim_{q \rightarrow 1} \sum_{n=0}^{\infty} q^n |n\rangle \langle n| = f$ (恒等変換)であるから、式(1)の意味は、 $\hat{x}_-$ と $\hat{p}_+$ の同時測定後ボブのところにある状態は、入力 $|\phi_V\rangle$ が位相空間で $-x_- - ip_+$ だけ変位したものであるということである。したがって、ボブがアリスからベル測定の結果である $x_-, p_+$ を聞いて、 $x_-$

<sup>\*1)</sup>  $\langle \hat{x}_A - \hat{x}_B, \hat{p}_A + \hat{p}_B \rangle = 0$ であるから、同時固有状態が存在する。

<sup>\*2)</sup> この測定では入力量子系の状態に関して一切情報を得ることはない。また、この測定をベル測定と呼ぶ。

<sup>\*3)</sup>  $\hat{x}_- |x_-, p_+\rangle = x_- |x_-, p_+\rangle$ 、 $\hat{p}_+ |x_-, p_+\rangle = p_+ |x_-, p_+\rangle$ である。また、 $|x_-, p_+\rangle$ は広義のEPR状態と考えることができる。したがって、 $\hat{x}_-$ と $\hat{p}_+$ の同時測定は、量子系VとAを広義のEPR状態にする(エンタングルさせる)測定とも考えることができる。この測定の結果、もともとエンタングルしていた量子系AとBに加え、量子系Vもエンタングルするから、3者間の量子エンタングルメントが形成されることになる。

<sup>\*4)</sup> 位相空間 $(x, p)$ を複素数で表記すると $x + ip$ となる。つまり、 $x_- + ip_+$ の変位操作とは、位相空間での $(x_-, p_+)$ の変位ということになる。

+ip<sub>+</sub> だけ変位させれば入力の状態を再現できることになる。

このようにして、出力側のボブの量子Bの状態は|φ<sub>v</sub>⟩となり、量子テレポーテーションが完了する。

### 3. 理想極限

量子テレポーテーションの検証としての量子エンタングルメントのテレポーテーションについて述べる。エンタングルした状態とは、理想的には先ほど述べた EPR 状態のことである。EPR 状態は定義から次式を満たす。

$$\langle \hat{x}_A - \hat{x}_B \rangle = \langle \hat{p}_A + \hat{p}_B \rangle = 0 \quad (2)$$

$$\langle [\Delta(\hat{x}_A - \hat{x}_B)]^2 \rangle = \langle [\Delta(\hat{p}_A + \hat{p}_B)]^2 \rangle = 0 \quad (3)$$

イメージとしては、量子系 A と B の位置は平均値だけでなく瞬間値も等しく、量子系 A と B の運動量も平均値だけでなく瞬間値も反転しているということである。もちろん、不確定性原理から、量子系 A, B 個々に位置と運動量を同時に測って比べることはできないので、これはあくまでもイメージである。ただし、これらのイメージから、量子系 A と B は「量子力学的双子」と呼んでもあまりピント外れでもないであろう。

量子エンタングルメントのテレポーテーションでは、この EPR 状態にある量子系の対 (EPR ペア) を 2 組 (ref と V, A と B) 用意する。量子系 A と B は量子テレポーテーションのリソースとして使い、V は送られる量子系、ref は参照として残される量子系とする。量子系 A と B はもちろん式 (2), (3) を満たし、ref と V も次式を満たす。

$$\langle \hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_V \rangle = \langle \hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_V \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\langle [\Delta(\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_V)]^2 \rangle = \langle [\Delta(\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_V)]^2 \rangle = 0 \quad (5)$$

次にこのテレポーテーションの検証であるが、テレポートされずに残っている量子系 ref と、テレポーテーションの出力側の量子系 B の間で相関測定を行い次式を確認できれば、量子エンタングルメントのテレポーテーションが成功したことになる。これは、量子系 ref と V はもともとエンタングルして (EPR ペア)、テレポーテーションが成功すれば量子系 V の状態が量子系 B に「乗り移り」、量子系 ref と B がエンタングルする (EPR ペアになる) からである。

$$\langle \hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_B \rangle = \langle \hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_B \rangle = 0 \quad (6)$$

$$\langle [\Delta(\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_B)]^2 \rangle = \langle [\Delta(\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_B)]^2 \rangle = 0 \quad (7)$$

また、別の見方でこの結果を見ると、式 (4)-(7) から、 $\langle \hat{x}_V - \hat{x}_B \rangle = \langle \hat{p}_V - \hat{p}_B \rangle = 0$  かつ  $\langle [\Delta(\hat{x}_V - \hat{x}_B)]^2 \rangle = \langle [\Delta(\hat{p}_V - \hat{p}_B)]^2 \rangle = 0$  であることがわかり、量子テレポーテーションの検証が行われていると言える。つまり、量子エンタングルメントのテレポーテーションとは、量子テレポーテーションの検証そのものとなっている。

### 4. 実験

最近、我々は量子エンタングルメントのテレポーテーション実験に成功した。<sup>6)</sup> 実験配置を図 1 に示す。ここでは

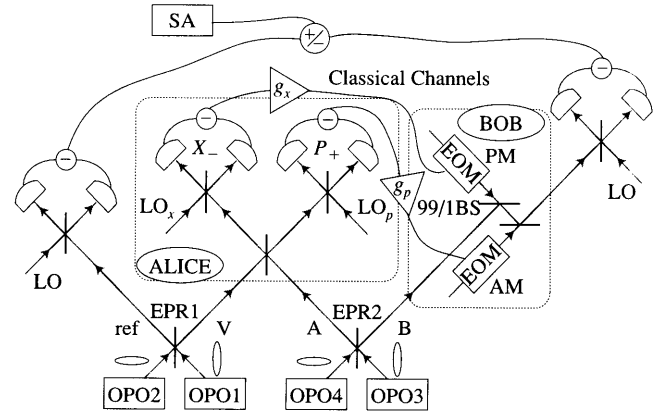


図 1 量子エンタングルメントのテレポーテーション実験配置図。<sup>6)</sup> 4つの光パラメトリック発振器 (OPO) で4つのスクイーズド光を生成し、これらを2つずつビームスプリッターで合波してエンタングルした光ビーム対 (EPR ペア) 2組を生成する。これらを ref と V, A と B とし、量子エンタングルメントのテレポーテーションを行う。ボブは、アリスから  $x_-, p_+$  の情報を受け、変調器 (EOM) を用いて変位操作を行う。最後に ref と B の相関測定を行い、実験を検証する。LO: ホモダイン測定のためのローカルオシレーター光, SA: スペクトラムアナライザー,  $g_x, g_p$ : 規格化された情報ゲイン (この実験では 1)。

量子光学的手法を用いている。量子化された電磁場は、消滅 (生成) 演算子  $\hat{a} (\hat{a}^\dagger)$  を用いて記述することができ、この消滅 (生成) 演算子は 2 つのエルミート演算子  $\hat{x}, \hat{p}$  を用いて、 $\hat{a} = \hat{x} + i\hat{p}$  ( $\hat{a}^\dagger = \hat{x} - i\hat{p}$ ) のように書ける。ここで、 $\hat{x}, \hat{p}$  は  $[\hat{x}, \hat{p}] = i/2$  の関係を満たすため、それぞれ位置、運動量と等価と見なすことができる。さらに、 $\hat{x}, \hat{p}$  は光電場の cos, sin 成分 (直交位相成分) と見なすことができるので、\*5 光を用いてここまで議論してきたことを実験化することができる。しかし、前節で述べた理想極限を実験で達成することはできない。それは、完全な EPR 状態を生成するためには、定義から無限のエネルギーを必要とするからである。我々は、2つのスクイーズド光をハーフビームスプリッターで合波することにより、次式の状態 |EPR\*⟩ を生成している。<sup>4,7)</sup>

$$\begin{aligned} |EPR^* \rangle &= \hat{B}_{\text{HBS}} \hat{S}_1(-r) \hat{S}_2(r) |0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \\ &= \exp[r(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_1 \hat{a}_2)] |0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \\ &= \sqrt{1-q^2} \sum_{n=0}^{\infty} q^n |n\rangle_1 \otimes |n\rangle_2 \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 $\hat{B}_{\text{HBS}}$  はハーフビームスプリッター演算子、 $\hat{S}(r)$  はスクイーミング演算子、 $r$  はスクイーミングパラメーター、 $q = \tanh r$  である。つまり、この状態は、理想的な EPR 状態の  $q \rightarrow 1$  に対して、 $q < 1$  である状態である (量子数の多い状態が欠落している)。このような状態においては、式 (3) と (5) は満たされるべくもなく、次の 2 つの不等式が量子系 A, B 間での量子エンタングルメント存在の十分条件となっている。

$$\langle [\Delta(\hat{x}_A - \hat{x}_B)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad \text{かつ} \quad \langle [\Delta(\hat{p}_A + \hat{p}_B)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad (9)$$

ただし、調和振動子の角周波数  $\omega = 1$  など、適当な無次元

\*5 この部分には異論がある読者も多いと思われる。「言い訳」は拙著<sup>7)</sup>を参照されたい。

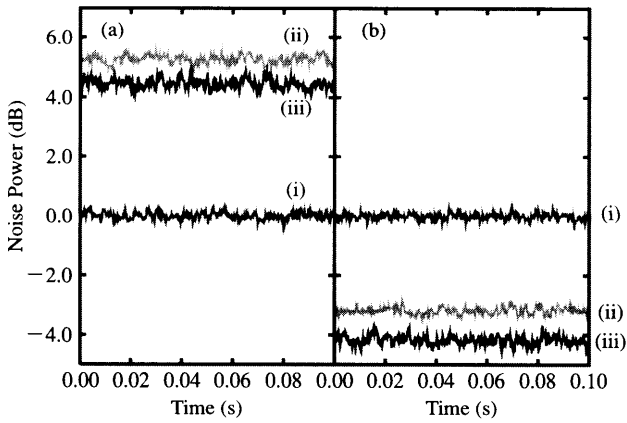


図2 量子系 ref と V の間の相関測定結果。<sup>6)</sup> (a) ref を単独で測定した結果. (i) ショットノイズ (真空場) レベル; 1/4 に相当, (ii)  $\langle [\Delta \hat{x}_{\text{ref}}]^2 \rangle$ , (iii)  $\langle [\Delta \hat{p}_{\text{ref}}]^2 \rangle$ . (b) 相関測定結果. (i) 真空場  $\times 2$  レベル (量子的無相関); 1/2 に相当, (ii)  $\langle [\Delta (\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_V)]^2 \rangle$ , (iii)  $\langle [\Delta (\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_V)]^2 \rangle$ . また, 実験条件から式 (4) は保証されている.

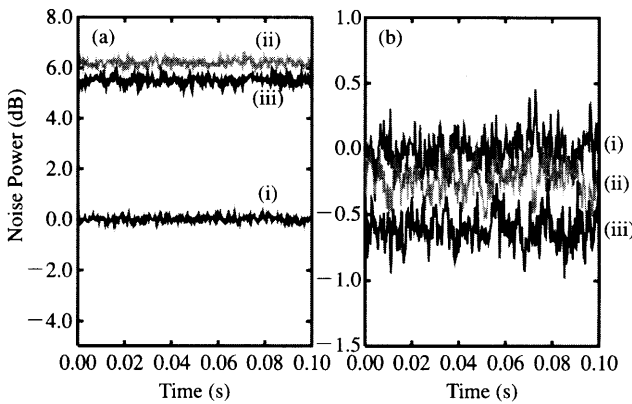


図3 量子エンタングルメントのテレポーテーション実験結果。<sup>6)</sup> (a) 最終的に出力された B をホモダイン測定した結果. (i) ショットノイズ (真空場) レベル; 1/4 に相当, (ii)  $\langle [\Delta \hat{x}_B]^2 \rangle$ , (iii)  $\langle [\Delta \hat{p}_B]^2 \rangle$ . (b) 相関測定結果. (i) 真空場  $\times 2$  レベル (量子的無相関); 1/2 に相当, (ii)  $\langle [\Delta (\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_B)]^2 \rangle$ , (iii)  $\langle [\Delta (\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_B)]^2 \rangle$ . また, 実験条件から式 (6) は保証されている.

化を行っており, 右辺の 1/2 は相関の標準量子限界 (量子的には無相関な場合) となっている. つまり, これらの不等式を満たし, 2つの共役物理量において非古典的な相関が存在すれば, 量子エンタングルメントが存在することになる. したがって, 量子エンタングルメントのテレポーテーションの成功とは, 式 (7) を緩和したかたちの

$$\langle [\Delta (\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_B)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad \text{かつ} \quad \langle [\Delta (\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_B)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad (10)$$

となる. また, 実験条件から式 (6) は保証されている. さらに, 実験の前提条件として,

$$\langle [\Delta (\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_V)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad \text{かつ} \quad \langle [\Delta (\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_V)]^2 \rangle < \frac{1}{2} \quad (11)$$

および, 式 (4) が保証されている.

図2, 3に我々の量子エンタングルメントのテレポーテーション実験の結果を示す. 信号 (雑音) レベルは ref, B 単

独で見た場合は, ショットノイズレベル (標準量子限界, 光子 1/4 個のパワーに相当する, 我々の単位系では 1/4) に比べて大きくなっているのに対し, 相関測定 ( $\langle [\Delta (\hat{x}_{\text{ref}} - \hat{x}_V)]^2 \rangle$  と  $\langle [\Delta (\hat{p}_{\text{ref}} + \hat{p}_V)]^2 \rangle$  の測定) を行うと標準量子限界を超えて信号レベルが下がり, 非古典的相関があることを示している. つまり, 不等式 (10), (11) が実験的に確かめられている. したがって, 図2, 3から量子エンタングルメントのテレポーテーションに成功したといえる. この結果は, 今まで行ってきた議論から, より厳密な量子テレポーテーションの検証となっている. (もちろん, 理想極限とはなっていないが.)

## 5. おわりに

量子エンタングルメントのテレポーテーションに関して解説してきた. 今後は, より理想極限に近づけた実験を行っていきたく考えている. また, テレポーテーションの入力状態として, 現在までに行われてきた実験ではすべて位相空間でガウス分布を示す状態を用いていたのに対し, 今後は非ガウス分布を示す状態のテレポーテーションを目指していきたい.

## 謝辞

この研究の一部は総務省から助成を受けている. 研究を支えてくれている東京大学大学院工学系研究科物理学専攻・古澤研究室所属メンバーに感謝したい.

## 参考文献

- 1) L. Vaidman: Phys. Rev. A **49** (1994) 1473.
- 2) S. L. Braunstein and H. J. Kimble: Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 869.
- 3) H. F. Hofmann, T. Ide, T. Kobayashi and A. Furusawa: Phys. Rev. A **62** (2000) 062304.
- 4) A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble and E. S. Polzik: Science **282** (1998) 706.
- 5) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen: Phys. Rev. **47** (1935) 777.
- 6) N. Takei, H. Yonezawa, T. Aoki and A. Furusawa: Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 220502.
- 7) 古澤 明: 「量子情報と量子情報科学」(数理工学社, 2005).

(2005年8月26日原稿受付)

## Teleportation of Quantum Entanglement

Akira Furusawa

abstract: Most of people in the physics community has heard of “quantum teleportation.” But unfortunately they seem to think that it would be a scientific-fiction type of thing. The goal of this article is to make them understand the physics of quantum teleportation and also teleportation of quantum entanglement as proof of success of teleportation.