ベル不等式：その物理的意義と近年の展開

筒井　泉　〈高エネルギー加速器研究機構・素粒子原子核研究所　izumi.tsutsui@kek.jp〉

ベル不等式とベル定理の物理的な意義について，その歴史的背景と今日における影響を含めて解説する．EPR論文で提示されたアインシュタインの量子論に対する懐疑的立場は，ベルによって局所実在性を持つ隠れた変数の理論として体現されて，実験的にその可否が検証可能な形となった．それが2者間の相関に関するベル不等式であり，これまで数多くの検証実験が行われてきたが，本稿ではこれらの実験に共通する問題点と近年の展開を概観し，その物理的意味を吟味する．実験的に明らかとなったベル不等式の破れは，物理量の実在性がアインシュタインが想定したような局所的なものではなく，非局所的にも測定の状況（文脈）に依存するものであることを示唆している．

1.　はじめに

ベル不等式とそれに伴うベル定理の発見[1)]から半世紀の今年，その量子力学の基礎研究における意義の再認識と，量子情報科学など関連する諸分野における今後の波及効果を考える機運が高まっている．この「科学の最も深遠な発見」[2)]と評されたベル定理とはいったい何であるのか．その物理学における意義はどこにあるのか．またベルの提議した問題は，その後，どのような道筋を辿ったのか．本稿ではこれらの点について，簡単ではあるが一つの完結した解説を試みる．

ベルの仕事の直接的な背景には，彼がベル不等式の導出の根拠としたアインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン（EPR）論文の議論があり，さらに遡れば，量子力学の正統派解釈としてのコペンハーゲン解釈に対するアインシュタインの不信感に至る．アインシュタインの懐疑的態度は量子力学の建設当初から一貫したものであり，従ってベルの仕事を振り返ることは，量子力学の底流にある自然界の認識の問題を歴史的に辿ることになる．そこでまず，話を量子力学の勃興期におけるアインシュタインの疑念から説き起こすことにしよう．

2.　量子力学に対するアインシュタインの態度

1925年から翌年にかけて，ハイゼンベルクの行列力学とシュレーディンガーの波動力学という2つの形式によって提示された量子力学には，当初からその数学的概念の解釈が問題となった．行列という珍奇な道具を用いる行列力学はもとより，波動という身近な描像に基づく波動力学においても，その素朴な描像が多自由度では使えなくなるなどの困難に遭遇し，この量子力学という新生児をどのように理解すべきかが，大きな課題となっていたのである．

そこでハイゼンベルクは，ミクロの世界には粒子の位置と運動量といった同時には測定できない物理量が存在し，それらの測定値の誤差と擾乱の積には下限があるという不確定性原理を提唱し，これを新たな物理的自然像として量子力学の理解を得ようとした．ボーアはさらにこれを概念化した相補性原理を提唱し，アインシュタインの相対性理論が相対性原理に基づいて構成されたように，あたかも量子力学が相補性原理に基づいて構成されるかの如くの装いを施した．このような量子力学の意味づけは，ボーアと彼のコペンハーゲンの研究所に出入りしたハイゼンベルクやパウリ，ディラック，ボルンといった多くの若手研究者らによって短期間のうちになされ，その結果，量子力学についての統一見解のようなものが醸成された．この『コペンハーゲン解釈』はその後，広く一般に浸透し，長年にわたり量子力学の公式見解としての地位を占めるようになる．

ところがシュレーディンガーはこの公式見解に同調せず，アインシュタインもまた懐疑的であった．その理由は，コペンハーゲン解釈が示唆する自然界の非決定性，非局所性，非実在性にあった．このうち非決定性とは，量子力学では測定の結果が確率的であることが自然界の本質であるとすること，すなわち因果律[*1]の放棄を指す．ボルンの確率規則によれば，波動関数$|\psi\rangle$で表される量子状態の系に対して物理量Aを測定したときに測定値aを得る確率は，対応する物理量（自己共役）演算子$\hat{A}$の固有状態$|a\rangle$との内積の二乗$|\langle a|\psi\rangle|^2$で与えられる．しかしもし波動関数$|\psi\rangle$がボーアらの主張するような個々の系の状態を表したものではなく，系の集団（アンサンブル）に対応するものであ

図1　ジョン・スチュワート・ベル．本年6月，ウィーン大学で開催されたベル定理50周年記念国際会議のロゴ（©IQOQI Vienna）．

*1　ここでの因果律とは決定論としての意味であり，空間的な2点間の因果的関係を禁ずる相対論的因果律の意味ではない．

るならば，ボルンの確率は集団に属する系の持つ物理量Aの値のばらつきを表すものに過ぎず，個々の系には依然として決定論が成立しているとも考えられる．アインシュタインはこのような観点から量子力学を統計力学に類似したものと位置づけ，波動関数のアンサンブル解釈を主張していた．

二番目の非局所性も，波動関数$|\psi\rangle$の解釈から派生する性質である．粒子の位置を測定したとき，位置xで見つかる確率密度は$|\langle x|\psi\rangle|^2$で与えられるが，射影仮説によれば測定後の波動関数は‘瞬間的’にその一点xに収縮するとされる．従って，もし波動関数$|\psi\rangle$が1個の粒子の状態を表すのならば，測定前の拡がった存在の粒子に起きる収縮は物理現象の局所性に反するのではないか．一方，波動関数のアンサンブル解釈では，確率密度は集団に属する多くの粒子の分布を示すものに過ぎないから，測定による波動関数の収縮は局所性の破れを意味しない．

最後の非実在性は，物理量の測定に関して生じる．物理量Aの測定により得られた測定値aは，測定前に系が持っていたものだろうか．ボーアは，量子力学における測定結果の確率的なばらつきは系と測定器との相互作用の結果であって，測定値は測定操作を通して出現するものであり，測定前に実在する測定値といった検証できないことを論じるべきではないとした．しかし，測定前の物理量には何らかの実在の要素があって，それが測定結果を定めているとも考えられる．そうであれば，測定に伴う誤差と擾乱として説明されるハイゼンベルクの不確定性原理は，必ずしも成立しない可能性がある．

アインシュタインのボーアらに対する公式の反論は，1927年と1930年の2回にわたるソルベイ会議においてなされた．これらの席上，アインシュタインは思考実験によってハイゼンベルクの不確定性原理の破れを示そうとしたが，ボーアは測定器の影響を考慮した反駁に成功し，特に2回目の議論でのアインシュタイン自身の一般相対論を引き合いに出した劇的な論駁は印象深い．

アインシュタインは決して量子力学が誤っていると考えていたのではなく，有用な理論として高く評価していた．しかしその根底には何らかの基礎理論があり，量子力学はその有効理論に位置づけられるべきものと考えていた．そうであれば，ボーアらのコペンハーゲン解釈は必要なく，それに伴って生じる非決定性，非局所性，非実在性といった，物理学にとって望ましくない性質を避けられるだろう．つまり，アインシュタインは量子力学そのものよりも，むしろこれに付随するボーアらの解釈に不服だったのである．

但し，問題のコペンハーゲン解釈なるものがいったい何を指すかについては，これを先導したボーアとハイゼンベルクの間にも不一致があり，さらに彼ら自身の主張も時間の経過とともに微妙に変遷したことから，その確たる内容を定めることは難しい．例えば，コペンハーゲン解釈の旗印としてしばしば採り上げられる波動関数の収縮をボーアが認めた形跡はなく，また別の旗印であるボルンの確率解釈についてはアインシュタインは受容していたのである．試みにコペンハーゲン解釈の共通項を抽出するとすれば，波動関数による系の状態記述が「完全」なものであるという主張に集約されるかも知れない．[3] 確かに波動関数のアンサンブル解釈をとるアインシュタインにとっては，個々の系の状態にはさらに精密な記述が原理的に可能であり，それゆえ波動関数の記述は「不完全」なものとなるが，これはボーアが画然と否定していたことである．そしてアインシュタインの逆襲は5年後，他ならぬこの完全性を巡って行われることになる．

3. EPR論文と量子力学の不完全性

アインシュタインは1935年に，若い同僚のポドルスキーとローゼンとともに『物理的実在の量子力学的記述は完全だと考えられるだろうか？』と題した論文を発表した．[4] 後にEPR論文としてあまねく知られることになるこの論文は，その題目の示唆する通り，量子力学における波動関数（量子状態）の記述が不完全であることを論証しようとしたものである．ここで「完全な物理理論」とは，すべての「物理的実在の要素」に対応するものを持つ理論を指し，そしてその「物理的実在の要素」とは，対象の状態をまったく乱さずに物理量の値を確実に（100％の確率で）予言できることをその十分条件とした．物理量の値を定めるにはこれを確実に予言できなければならず，またそのための測定が対象の状態を乱してしまうならば，その実在性を想定することが困難になるだろう．量子力学において，この意味で物理量Aの実在が保証される典型例は，状態が演算子$\hat{A}$の固有状態$|a\rangle$の場合である．実際，このとき$\hat{A}$の測定結果がaとなることは確実に予言でき，測定後の状態が射影仮説によって測定後も同じ固有状態$|a\rangle$に留まるとすれば，この測定は系を何ら乱していないことになる．

さてこれらの準備の下で，EPRは量子力学の波動関数が物理的実在の要素に忠実に対応しない場合があることを示す．EPRがこの反例に挙げた状態は位置や運動量の重ね合わせ状態であるが，以下ではより単純な例として，後にボーム[5]の挙げた2個のスピン1/2（以下$\hbar=1$とする）の粒子が作るスピン1重項状態を使ってこれを説明しよう．

いま$|+z\rangle$, $|-z\rangle$をそれぞれスピンのz成分$\hat{s}_z=\sigma_z/2$の固有状態$\sigma_z|\pm z\rangle=\pm|\pm z\rangle$とする．2個の粒子を1, 2のラベルをつけて区別し，それらの1重項状態

$$|\psi_S\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+z\rangle_1|-z\rangle_2-|-z\rangle_1|+z\rangle_2) \tag{1}$$

を準備する．この2粒子を互いに遠く引き離し，一方に対するどんな操作の影響も，他方に瞬時には及ばないようにしよう．例えば粒子1を地球上に置き，粒子2を254万光年離れたアンドロメダ銀河に置くとすれば，測定の影響はその伝播速度が光速を超えない限り，到達に254万年はかかることになる．

量子力学によれば，1重項状態$|\psi_S\rangle$のときに地球上の粒子1のスピンのz成分（の2倍）を測定すると，測定結果は等確率で$+1$または-1となる．そしてボルンの確率解釈の規則から，地球上の粒子のスピンのz成分の測定値が$+1$であればアンドロメダ銀河の粒子のスピンのz成分の測定値は-1であり，逆に地球上で-1ならばアンドロメダでは$+1$となることが分かる．*2 つまり，地球上の粒子のスピンのz成分の測定結果から，アンドロメダ銀河の粒子のスピンのz成分の値を確実に予言することができる．しかも，地球上の測定はアンドロメダ銀河の粒子に瞬間的には何ら影響を与えないと考えられるから，対象の状態を乱さずに確実に予言できるものという上の物理的実在の定義により，アンドロメダ銀河の粒子のスピンのz成分は物理的実在の要素だと見なすことができる．

ところが，式(1)の1重項状態のような**量子もつれ状態**は，全系の状態が（純粋状態として）確定していても部分系の状態は確定していないという，古典系にはない顕著な特徴を持つ．実際，1重項状態は回転対称であって各粒子のスピン成分は確定した値を持たず，それゆえz成分の固有状態の代わりに例えばx成分の固有状態$|\pm x\rangle$を用いて

$$|\psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+x\rangle_1|-x\rangle_2 - |-x\rangle_1|+x\rangle_2\right)$$

と書き直すこともできる．その結果，もし地球上でスピンのz成分の代わりにx成分を測ったとしても，同様にその測定結果からアンドロメダの粒子のx成分の値を確実に予言できる．従って同じ理由から，アンドロメダの粒子のx成分もまた物理的実在の要素だと見なされる．

どの方向のスピンを測定するかは地球上の測定者の自由な選択であり，アンドロメダの粒子の与り知らぬことだから，アンドロメダの粒子のスピンは，z成分もx成分も同時に物理的実在でなければならないことになる．ところが量子力学によれば，1個の粒子の異なるスピン成分は互いに交換せず，（スカラー粒子でない限り）同時に確定した値を定めることができない．上の例で言えば$[\sigma_z, \sigma_x] \neq 0$ゆえに$\sigma_z$と$\sigma_x$の同時固有状態は存在せず，それらの測定結果はばらつくから，実在量である筈のz成分とx成分の値を確実に予言することができない．すなわち，スピン1重項状態は，すべての物理的実在の要素に対応するものを持つべしという上の物理理論の完全性条件に合致しない反例となっており，従って量子力学は物理理論として不完全である．これが，EPR論文の主張であった．

但しこのEPRの論証には，暗黙裡に2つの仮定が用いられていた．その1つは，

・**局所性**　遠く離れた部分系は互いに影響を及ぼさない

であり，もう一つは

・**選択自由性**　測定者は自由に測定方法を選択できる

という測定者の自由意思である．ここで肝要な点は，物理量の実在性が量子もつれの特徴と局所性の仮定から導かれることである．このことと上の選択自由性を組み合わせれば，位置と運動量（上の例では粒子2のスピンのz成分とx成分）のような同時測定できない物理量の組に対しても，同時に実在性が保証できることになる．すなわち，1粒子系の場合にはこれらの量は不確定性原理により同時測定ができず，従って物理量が同時に存在することは言えないが，相関を持つ2粒子系ではそれが可能になる．

EPR論文へのボーアの反論は，直ちに同じ専門誌に同じ題目で（その含意は反語的ではなく肯定的なものとして）発表された．[6] ボーアの反論は論旨が錯綜したものであったが，その論点は，物理的実在のEPRの定義は正しいものではなく，系と測定装置を含めた全体の設定が将来の測定を定めるのであるから，そのような全体設定を以て物理的実在とすべきとするものであった．つまり，上の例で言えば，粒子1のスピンのz成分とx成分を測るには異なる測定装置の設定を必要とするのだから，例えば粒子1のスピンのz成分を測る設定の場合に粒子2のスピンについて言えることはそのz成分の実在性のみであって，x成分の実在性を論ずることができないとしたのである．

興味深いことに，ボーアは遠く離れた2粒子の間には「力学的擾乱」の影響が及ばないことを認める一方で，物理量の実在性が測定の設定に依存すること，つまり，粒子1に施した操作は粒子2について何が言えるかを規定するという，謂わば「意味論的擾乱」の存在を主張したのである．[3] このボーアの反論は相補性原理の教条的な適用によるものであったため，これを信奉しないアインシュタインには説得力がなかった．逆に，ボーアが測定による「力学的擾乱」を認めなかったにも拘わらず，結果的に（粒子2の物理量に）不確定性原理が成立するかのような議論を行ったことは，コペンハーゲン一派による不確定性原理の説明―量子力学における測定とそれに必然的に伴う擾乱に起因する―がさほど自明なものではないことを示唆したものとなった．

EPRの議論の根幹は，局所性の仮定と量子もつれ状態のもたらす2粒子の測定値の完全相関にあった．EPR論文が発表された直後，これに触発されたシュレーディンガーは3部作の論攷を書き上げる．[7] 後年有名になる「シュレーディンガーの猫」の挿話はここに生まれるが，これは量子もつれの相関をマクロの世界まで引き延ばすことによって，その奇妙な状況を具現化したものである．また彼は，量子もつれ状態の系は部分系の状態から全系の状態が構成できない―部分の和は全体ではない―という事実こそが，量子力学を特徴づける顕著な性質だと断じて，これに対して「もつれ」(Verschränkung) という用語を初めて導入した．

これらの重要性にも拘わらず，当時，アインシュタインとボーアの論争を検証し，その是非を吟味することは殆どなされなかった．これは，当時の若い世代の物理学者の間での量子力学におけるボーアの権威に加えて，後に触れる1932年にフォン・ノイマンが提出した数学的定理への信

*2 測定による状態変化が射影仮説に従う場合には，それぞれの測定結果に応じて，状態$|\psi_S\rangle$は$|+z\rangle_1|-z\rangle_2$または$|-z\rangle_1|+z\rangle_2$に収縮する．

表1　量子力学と隠れた変数の理論の対応．量子力学において波動関数$|\psi\rangle$によって指定された物理系の状態は，隠れた変数の理論ではλの分布関数$\rho(\lambda)$によって指定され，$\rho(\lambda)=\rho_\psi(\lambda)$と書かれるべきものである．

	決定因子	物理量Aの測定値	状態指定	期待値$\langle A\rangle$
量子力学	なし	演算子 $\hat{A}$ の固有値 $a_1, a_2, \ldots$ のどれか（確率的）	ψ 波動関数	$\langle\psi\|\hat{A}\|\psi\rangle$
隠れた変数の理論	λ	$A(\lambda)$（決定論的）	$\rho(\lambda)$ 分布関数	$\int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(\lambda)$

奉が大きな要因であった．その結果，長年にわたりアインシュタインの立場から量子力学の基礎を再考することは禁忌に等しいものになった．この禁忌の封印を解く契機となったのが，EPRからほぼ30年後のベルの仕事であった．

4.　隠れた変数の理論とベル不等式

1964年，北アイルランド出身のCERNの理論家ベル（John Stewart Bell: 1928–1990）が，画期的な論文を提出した.[1]『アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼンのパラドックスについて』と題されたその論文は，EPR論文の内容を再吟味し，アインシュタインらが不完全だと見なす量子力学を補完するような完全な理論は，量子力学の予言と矛盾するという驚くべき事実を提示するものであった．これにより，アインシュタイン・ボーア論争は波動関数の解釈を巡る哲学論議ではなく，実証可能な科学の対象であることが判明したのである．

ベル論文の重要な功績の一つは，EPRの議論に基づいて，量子力学を補完した理論に数学的な形式を与えたことである．EPRによれば，一重項状態にある遠く離れた2個の粒子のそれぞれの（スピンの）物理量は，局所性によって測定以前からの実在性が保証されている．従ってその測定結果は既に定まっていた筈であり，完全な理論はこの測定値を予言できなければならない．いまそのような完全な理論が存在するとして，そこでの測定結果を定める変数をλで表せば（λは多変数でも構わない），物理量Aを測定したときの測定値はλの関数として$A(\lambda)$と書ける．変数λの値を知ることができれば，毎回の測定値が確実に予言できるが，残念ながら何らかの理由でそれはできないと考えよう．その意味でλは「隠れた変数」であり，またこのような理論は**隠れた変数の理論**と呼ばれる．

さて状態$|\psi\rangle$の下での測定結果のばらつきは，隠れた変数λの値が測定毎にばらつく結果として理解される．そこで$\rho(\lambda)\geq 0$をこのばらつきを表す分布関数とし，全確率が1であることを規格化条件$\int d\lambda \rho(\lambda)=1$によって保証しよう．すると物理量$A$の測定結果の期待値$\langle A\rangle$は，

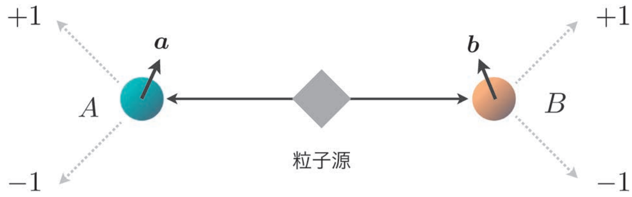

図2　2粒子のスピン相関の測定．量子もつれさせた2粒子を生成して十分に左右に引き離した後，それぞれのスピンの$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$の成分を測定し，それらの相関を調べる．

$$E(A)=\int d\lambda\, \rho(\lambda) A(\lambda) \tag{2}$$

で与えられる．隠れた変数の理論に課せられた使命は得られる測定値を予言することであるが，量子力学は統計的にはそれを正しく予言するから，隠れた変数の理論はこれを再現しなければならない．つまり，測定値$A(\lambda)$は演算子$\hat{A}$の固有値aのどれかであり，その期待値は量子力学のもの

$$E_{\rm QM}(A)=\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle \tag{3}$$

と一致$E(A)=E_{\rm QM}(A)$しなければならない（表1参照）．

さてEPRの想定した遠く離れた1重項状態$|\psi_S\rangle$にある2粒子に対して，それぞれのスピンを測定することを考える．スピンをどの方向に測定するかは測定者が自由に選択できるものとし，選んだ粒子1, 2のスピン測定方向をそれぞれ単位ベクトル$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$で表す．各々の測定値を$A(\boldsymbol{a},\lambda)$，$B(\boldsymbol{b},\lambda)$とすれば，それらの期待値は(2)によって得られ，また測定値の相関は，もし一方の粒子の測定結果が他方の粒子の測定方向や測定結果に依存しないという局所性が満たされているならば，

$$C(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\int d\lambda \rho(\lambda) A(\boldsymbol{a},\lambda) B(\boldsymbol{b},\lambda) \tag{4}$$

で与えられる．ここで，これらの物理量はスピンであるから，その測定値は$A(\boldsymbol{a},\lambda)=\pm 1$，$B(\boldsymbol{b},\lambda)=\pm 1$のどれかになることに注意しよう（図2）．また2つの粒子は1重項状態にあるから，同じ方向$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$に測定した場合には，その結果は完全（反）相関していることになる．これは，実際に測定値が得られる確率事象（すなわち$\rho(\lambda)\neq 0$であるλ）に対しては

$$A(\boldsymbol{a},\lambda)=-B(\boldsymbol{a},\lambda) \tag{5}$$

であることを意味する．これらより，等式

$$\begin{aligned}&A(\boldsymbol{a},\lambda)B(\boldsymbol{b},\lambda)-A(\boldsymbol{a},\lambda)B(\boldsymbol{c},\lambda)\\&\quad=-A(\boldsymbol{a},\lambda)A(\boldsymbol{b},\lambda)[1-A(\boldsymbol{b},\lambda)A(\boldsymbol{c},\lambda)]\end{aligned}$$

が導かれるが，ここで両辺に確率分布$\rho(\lambda)$を掛けてλで積分して絶対値を取ると，$|A(\boldsymbol{a},\lambda)|=1$より，相関に対する不等式

$$|C(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})-C(\boldsymbol{a},\boldsymbol{c})|\leq 1+C(\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}) \tag{6}$$

を得る．これが文献1において導かれた隠れた変数の理論

における相関に対する条件であり，最初のベル不等式である．

さて量子力学によれば，1重項状態$|\psi_S\rangle$のときの相関はそれぞれの粒子のスピンの測定方向$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$の成す角度を$\theta_{ab}$とするとき

$$C_{\mathrm{QM}}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \langle\psi_S|(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\sigma})_1 \otimes (\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\sigma})_2|\psi_S\rangle = -\cos\theta_{ab} \tag{7}$$

となる．これが隠れた変数の理論の相関(4)によって再現できるのであれば，それらの組み合わせはベル不等式(6)を満たす筈であるが，それはできないことは，例えば$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$を同一平面の上に取り，それらの成す角度を$\theta_{ab} = \theta_{bc} = \pi/4$，$\theta_{ac} = \pi/2$とすれば直ちに確かめられる．つまり隠れた変数の理論は，量子力学の相関を再現できない．

ベルの論文から5年後にクラウザーらは，完全相関(5)を要請せずとも同様の不等式を導けることを指摘した．[8] すなわち，一般的な状態にある2粒子に対して，粒子1には$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a}'$，粒子2には$\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}'$のそれぞれ2方向に，全部で4通りの組み合わせの測定を行って4種類の相関を作る．すると任意のλの下で，それらの値は次の等式を満たす．

$$\begin{aligned}&A(\boldsymbol{a},\lambda)B(\boldsymbol{b},\lambda) + A(\boldsymbol{a},\lambda)B(\boldsymbol{b}',\lambda)\\&\quad + A(\boldsymbol{a}',\lambda)B(\boldsymbol{b},\lambda) - A(\boldsymbol{a}',\lambda)B(\boldsymbol{b}',\lambda)\\&= A(\boldsymbol{a},\lambda)[B(\boldsymbol{b},\lambda) + B(\boldsymbol{b}',\lambda)]\\&\quad + A(\boldsymbol{a}',\lambda)[B(\boldsymbol{b},\lambda) - B(\boldsymbol{b}',\lambda)]\\&= \pm 2\,.\end{aligned}$$

ここで最後の等式は，$B(\boldsymbol{b},\lambda) + B(\boldsymbol{b}',\lambda)$と$B(\boldsymbol{b},\lambda) - B(\boldsymbol{b}',\lambda)$のうち，必ず一方が0，他方が±2となることによる．ここで前と同様に両辺に確率分布$\rho(\lambda)$を掛けてλで積分し，その上で絶対値を取ると，相関の定義(4)から不等式

$$|C(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) + C(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}') + C(\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b}) - C(\boldsymbol{a}',\boldsymbol{b}')| \leq 2 \tag{8}$$

を得る．この不等式(8)は2粒子の完全相関状態を前提にしないために適用範囲が広く便利であることから，実験的にはこれを検証の対象とすることが標準的になっており，それゆえ**ベル不等式**としてはこれ（文献8の著者名からCHSH型ベル不等式とも呼ばれる）を指すことが多い．

元のベル不等式(6)と同様，量子力学の相関はこの不等式をも破る．その端的な例として，再び相関が(7)で与えられる1重項状態のときを考察しよう．いま4つの測定方向を同一平面上に取り，角度差をそれぞれ$\theta_{ab} = \theta_{ab'} = \theta_{a'b} = \theta$及び$\theta_{a'b'} = 3\theta$となるように取って，その際の不等式(8)の左辺を$S(\theta)$と置く．量子力学の相関(7)を用いて$S(\theta)$を評価し，これを不等式に代入すると

$$S(\theta) = |3\cos\theta - \cos 3\theta| \leq 2 \tag{9}$$

となるが，例えば$\theta = \pi/4$のとき$S(\pi/4) = 2\sqrt{2}$となって不等式の上限値2と明らかに矛盾する．すなわち，量子力学の予言するところと，上の不等式の前提条件である局所性を満たす隠れた変数の存在とは両立しない．これが**ベルの定理**として知られる内容である．ここで使われた前提条件はベル局所性とも呼ばれ，2粒子の測定が（相対論的に）空間的に離れた時空点で行われるなど一定の条件が満たされれば，アインシュタインの局所性から導かれる．

さて前に述べたように，後者のベル（CHSH）不等式は完全相関を前提としていないために任意の状態に適用できる長所があるが，その代償として，EPRの用いた局所性と完全相関の組み合わせによる測定値の存在の議論が使えないから，物理量の実在性を独立に仮定しなければならない．これは測定値は測定過程の結果として非決定論的に生じるものではなく，隠れた変数λによってあらかじめ定まっているとすること，すなわち

- **実在性**　測定値（を定める物理的要素）は測定前から存在する

という仮定である．従って，もしこのベル不等式(8)の破れが実験的に実証されれば，仮定した局所性，実在性，選択自由性の3つのうち，少なくとも1つを否定しなければならない．仮に最後の選択自由性を自明の前提とすれば，ベル不等式の破れは局所実在性の破れを意味することになる．

5. ベル不等式の検証実験とその展開

ベル不等式の実験的検証は，1970年代になっていくつかの研究グループにより，原子のカスケード崩壊の際に発生する2光子の偏光状態$|H\rangle$と$|V\rangle$の相関を用いて行われるようになった．これらの実験の殆ど全てでベル不等式の破れが観測されたが，実験の信頼性には二つの点で問題があった．

その一つは**局所性の抜け穴**と呼ばれるもので，粒子間の距離が十分に大きくないために，一方の粒子のスピンの測定の方向設定や測定結果の情報が他方の粒子の測定前に伝達される可能性が排除できず，ベル局所性の前提条件が満たされないことを指す．もう一つは**（検出）効率性の抜け穴**と呼ばれ，測定器の検出効率が一定の閾値（最大量子もつれの場合$2(\sqrt{2}-1) \simeq 82.8\%$[9]）以下の場合には，測定結果の統計的な偏りのため，非検出の測定結果を加えれば不等式が満たされる可能性が排除できないことを指す．これを避けるには，検出されたデータが非検出のものを含めた全体のデータを公平に反映するものになっているという**公平抽出性**を仮定せざるを得ないが，その正当化は難しい．

これらの問題に対処するため，2粒子の測定が空間的に離れた時空点で行われるよう，測定の寸前にランダムに方向を決める等の工夫を施し，従来に較べて統計的にも勝れた結果を得たのが1980年代前半のアスペの仕事[10]であり，ベル不等式の検証実験として最も良く知られる．その報告では，相関の指標(9)の最大値は$S_{\exp} = 2.697 \pm 0.015$であり，実に$40\sigma$という統計性でベル不等式の上限値$S \leq 2$を破る結果となっている．同時にその値は（測定の効率等を考慮して評価した）量子力学の予言値$S_{\mathrm{QM}} = 2.70 \pm 0.05$と極めて近く，量子力学の正しさを強く印象づけている．1980年

表2　代表的なベル不等式の検証実験．対象系のほか，特徴として抜け穴の回避の程度や量子もつれの種類（空間）などを示した．

1972	Freedman-Clauser	光子	世界最初の試み
1982	Aspect　et al.	光子	局所性 △
1998	Weihs　et al.	光子	局所性 ○
2001	Rowe　et al.	$^{9}Be^{+}$イオン	効率性 ○
2006	KLOE (DAΦNE)	K-中間子	高エネルギー領域 & 内部（flavor）空間のもつれ
	Sakai　et al.	陽子	ハドロン粒子
2007	Belle (KEK)	B-中間子	高エネルギー領域 & 内部（flavor）空間のもつれ
2009	Ansmann　et al.	Josephson qubit	効率性○ エネルギー２準位系
2010	Scheidl　et al.	光子	局所性 ○　選択自由性 △
2012	Hofmann　et al.	^{87}Rb 原子	効率性 ○
2013	Christensen　et al.	光子	効率性 ○

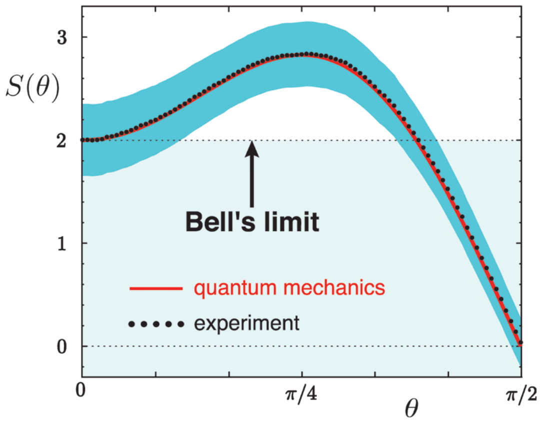

図3　陽子対を用いたベル不等式の検証実験の結果.[14] 相関の指標（9）の実験値は局所実在論の上限2を超え，その角度依存性は量子力学の予言とよく一致している．

代後半からは，さらにパラメトリック下方変換による相関した2光子を用いた実験が行われるようになり，今日でも最も効率的な方法として用いられている．

ベル不等式の検証実験の近年の傾向は，主として操作しやすい光子や原子を用いて，すべての検証の抜け穴を同時に塞ぐ完全な検証を目指すものと，加速器によって生成される粒子系の量子もつれ状態を利用して，局所実在性の破れの検証対象の領域拡大を目指すものとの2種類に大別される．このうち前者では，1998年に局所性の抜け穴[11]を，2001年には効率性の抜け穴[12]をそれぞれほぼ完全に塞ぐことに成功しており，最近ではこれまで議論されなかった選択自由性についても考慮されるようになって，徐々にではあるが完全なベル不等式の検証が射程に入りつつある[13]（表2）．一方，後者では原子核衝突反応により生成したスピン相関のある陽子対を用いたものや[14]（図3），高エネルギーの電子・陽電子対消滅反応によって生成したK中間子やB中間子を用いるものがあり，質量の重い粒子や内部（フレーバー）空間の量子相関によるベル不等式の検証が試みられている.[15] このうちK中間子のCP固有状態$|K^0\rangle$と$|\bar{K}^0\rangle$をスピンの2状態の代わりに使う実験は，当初からベルが提案していたものであった.[16]

さてベル不等式の破れが確定的だとすれば，それは何を意味するのだろうか．手始めにベル不等式の前提の一つであるベル局所性の条件を分析すると，それは測定値$A(\boldsymbol{a}, \lambda)$，$B(\boldsymbol{b}, \lambda)$が当該粒子の測定方向にしか依らず，他方の粒子の測定方向には依存しない（例えば$A(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \lambda)$となっていない）という**パラメーター独立性**と，一方の粒子の測定結果が他方の粒子の測定結果に依存しないという**結果独立性**に分解できる．局所性の破れが起きていても，実験のみからはこのどちらの独立性の破れかは判定できないが，もしパラメーター独立性が破れていれば，これを利用して超光速通信の可能性が生じることは直観的にも明らかだろう．幸い（残念？）なことに，少なくとも量子力学ではその破れが起こらず，1重項状態のような量子もつれによる相関は超光速通信に使えない（no-signalling定理[17]）．つまり，量子もつれは後者の結果独立性を破るものであり，それが量子力学的相関を特徴づけている．結果独立性の破れは超光速通信には使えないことから，あたかも量子力学と相対性理論は「平和的共存」しているかのように見えるが,[18] 果たしてそれが本物であるかについては未だ判然としない．

一方，選択自由性は測定値$A(\boldsymbol{a}, \lambda)$において隠れた変数$\lambda$と測定方向$\boldsymbol{a}$が独立変数であることと，分布関数$\rho(\lambda)$が$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$に依存しないことを指す．選択自由性は哲学的な問題でもあり，その条件の破れの検証は困難であるが，ツァイリンガーのグループによる最近の研究[13]では，確率論的な隠れた変数の理論[*3]の場合には，一定の解決の見込みがあることが報告されている．

この選択自由性をしばらく措けば，ベル不等式の破れは局所性の破れか，あるいは実在性を含めた両者の破れを意味することになるが，そのどれに起因するかを知ることは次の重要な課題になる．その一つの試みとして，ベル局所性の前提のうち，パラメーター独立性の条件を落として非局所相関を許すものの，1粒子の物理現象は既知のものを再現するといった，特殊な非局所性を持つ隠れた変数の理論の満たす相関の不等式を2003年にレゲットが提出した.[19] 現在，このレゲット不等式や類似の不等式の実験的検証が進められつつあるが，既にそれらの破れが報告されており，最終的には実在性の否定に至る可能性もある．

これとは別の流れとして，1964年にベル定理が提出された後，その論理構造を精査し，より決定的な形で隠れた変数の理論と量子力学との矛盾を引き出そうとする試みが行われた．その中で良く知られたものに，1970年のウィグナーによる分布関数の存在に注目した分析,[20] 1990年のグリーンバーガーらによる3粒子系の（GHZ状態と呼ばれる）量子もつれ状態を用いた直接的な矛盾の導出,[21] そして1992年のハーディによる2粒子系での矛盾の導出[22]がある．不等式に基づく実験的検証は統計誤差を含むことか

[*3] 隠れた変数は測定値を確率的に定めるとする隠れた変数の理論．この場合でも，測定値を平均値に置き換えれば全く同じ形のベル不等式が導かれる.[16]

ら，後者の2つのような不等式に依らない非統計的な議論に基づく検証が望ましいが，実験設定が複雑になることが難点であった．その中にあって，2009年に阪大の井元グループ[23]が，ハーディの矛盾の実験的検証をアハロノフらの弱測定の方法を用いて成功させたことは記憶に新しい．

6. 物理的実在の状況依存性

ベルは1964年の画期的な論文の直前に，その伏線となる別の論文を書いていた．[24] それは『量子力学における隠れた変数の理論について』と題するもので，投稿先の編集部の不手際で掲載は2年近く遅れたが，ベル定理の前触れとなる「物理的実在の状況（文脈）依存性」に関するもう一つの重要な定理を含むものであった．彼はここにおいて，先に述べたフォン・ノイマンの定理の不備を指摘し，隠れた変数の理論を長年の軛から解放したのである．

さてそのフォン・ノイマンの定理[25]とは，物理量A, B, Cに対応する量子力学の演算子$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$の間に関係式$\hat{A}+\hat{B}=\hat{C}$が成立するとき，隠れた変数の理論において同形の測定値の和則$A(\lambda)+B(\lambda)=C(\lambda)$を要請することは一般にはできないことを示したもので，もしこの要請が正当なものであれば，隠れた変数の理論は不可能になる．前述のように，量子力学と隠れた変数の理論では個々の測定値は等しく（測定値条件），両者の期待値 (3) と (2) も等しくなければならない．量子力学では$\hat{A}+\hat{B}=\hat{C}$ならば期待値の和則$E_{\mathrm{QM}}(A)+E_{\mathrm{QM}}(B)=E_{\mathrm{QM}}(C)$も成立するから，隠れた変数の理論でも和則$E(A)+E(B)=E(C)$が成立することになり，その観点から上の要請はもっともらしく見える．

しかしこの要請は一般には満たすことはできない．なぜなら，例えばスピン1/2の粒子系の物理量A, Bとしてそのz成分とx成分を考えたとき，これらの測定値は量子力学での演算子σ_z, σ_xの固有値± 1のどちらかになるから，隠れた変数の理論の側でも$A(\lambda)=\pm 1$, $B(\lambda)=\pm 1$のどれかである．一方，それらの物理量の和Cに対応する量子力学の演算子$\sigma_z+\sigma_x$の固有値は$\pm\sqrt{2}$となるが，もし隠れた変数の理論が測定値の和則の要請を満たすならば，$C(\lambda)$の和は$A(\lambda)+B(\lambda)=0$, ± 2のどれかとなって，量子力学の結果とは一致しない．つまり，測定値の和則と測定値条件とは矛盾し，両者を満たす隠れた変数の理論は存在しない．

フォン・ノイマンが課した測定値の和則は，期待値の和則のための十分条件ではあるが必要条件ではなく，従ってこれを要請する必然性はない．また現実的にも，前の例のように物理量A, Bが同時に測定できないもの（$[\hat{A}, \hat{B}]\neq 0$）の場合には，実験的にこれらの値を一緒に得ることがないから，同時に測定値を割り当てる必要はない．この意味で，フォン・ノイマンの要請は一般に隠れた変数の理論を否定するためには不適切なものであった．

ベルはフォン・ノイマンの定理に上のような観察を行った後，さらに一歩進めて，それでは同時測定可能な物理量にのみ限定した場合にも，同様の否定的結果が得られるかを検討した．そしてそのような結果が，1957年に提出されたグリーソンの定理[26]から引き出されることを示したのである．この定理は確率論的公理から量子力学の統計解釈のボルンの公式を導くものであるが，その帰結として，任意の同時測定可能な物理量の組に対する統計的分散のない状態は存在せず，これより対応する隠れた変数の理論が存在しないことが結論される．このベルの考察は，これを1967年により明快な形で提示した論文[27]が現れたことから，現在はその著者名を取って**コッヘン・スペッカー定理**の名で知られるようになった．その主張は次のようなものである．

同時測定の可能な物理量$A, B, C, \cdots$を測定したとき，隠れた変数の理論ではそれらの測定値として$A(\lambda), B(\lambda), C(\lambda), \cdots$が割り当てられる．一方，量子力学でこれらに互いに可換な演算子$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \cdots$が対応し，もし系の状態$|\psi\rangle$がそれらの同時固有状態にあるならば，測定値はそれぞれの固有値$a, b, c, \cdots$で与えられる．そしてこれらの測定値は，隠れた変数の理論における値と等しい$A(\lambda)=a$, $B(\lambda)=b$, $C(\lambda)=c, \cdots$．さて量子力学において，これらの物理量演算子は独立ではなく関係式

$$f(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \cdots)=0 \tag{10}$$

を満たすものとしよう．このとき状態$|\psi\rangle$の下では，

$$f(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \cdots)|\psi\rangle=f(a, b, c, \cdots)|\psi\rangle=0$$

となるが，これは$f(a, b, c, \cdots)=0$を意味するから，隠れた変数の理論における測定値も同形の関係式

$$f(A(\lambda), B(\lambda), C(\lambda), \cdots)=0 \tag{11}$$

を満たすことになる．$a, b, c, \cdots$が現実に測定される量である以上，関係式(11)は必ず成立しなければならないが，量子系の次元が3以上の場合にはそれが不可能であることを示したのが，コッヘン・スペッカー定理である．

その証明はかなり複雑であるが，次元が4以上の場合の非常に簡単な証明を1993年にマーミンが見つけた[28]ので，これを紹介しよう．まずこれまでと同様に2個のスピン1/2の粒子を用意し，それぞれのx, y, z方向のスピンを測定する．測定しない場合（恒等演算子Iに対応）を含めて，それらの中から9種類の組み合わせを作り，図4のような3行3列の「マーミンの魔方陣」と呼ばれる枡目に配置しよう．この枡目の中のどの演算子も固有値± 1を持つが，面白いことに3行のどれを選んでも，その行に並んだ3つの演算子は可換でその積は$I\otimes I$となる．同様に3列のどれを選んでも，その列に並んだ3つの演算子は可換でその積は$-I\otimes I$となり，これらが上で述べた関係式(10)に対応する．例えば第1行の3つの演算子の場合には，$(I\otimes\sigma_z)\cdot(\sigma_z\otimes I)\cdot(\sigma_z\otimes\sigma_z)-I\otimes I=0$が成立し，このような関係式が3行3列それぞれに全部で6つあることになる．

さて今，隠れた変数の理論の側で9種類の物理量それぞ

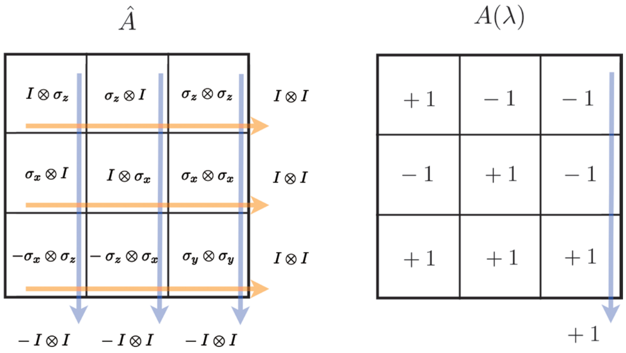

図4　マーミンの魔方陣．（左）量子力学では各行の3つの演算子の積は$I\otimes I$となり，各列の3つの演算子の積は$-I\otimes I$となる．（右）隠れた変数の理論ではそれぞれに測定値として+1または−1の値を割り当てるが，どのようにしても量子力学の演算子の満たす関係式をすべて同時に満たすことはできない．上の例では，右端の列の積が+1となり，量子力学の演算子の積に対応する値−1となっていない．

れに+1または−1の値を割り当てたとしよう．すると9つの枡にこのどちらかの値が入ることになるが，行と列のそれぞれに上で述べた関係式が成立するためには，これらの値にも同様の関係式(11)が成立しなければならない．これは，枡に割り当てた±1を横に3つ掛け合わせると+1，縦に3つ掛け合わせると−1となる（演算子$I\otimes I$の固有値は1のみだから，積に割り当てられた値は$\pm(I\otimes I)(\lambda)=\pm 1$（複合同順）になる）ことを意味する．ところが行の3つの関係式を満たすには9つの枡目の中に全部で−1が偶数個必要だが，列の3つの関係式を満たすには−1が奇数個必要になり，これらは両立しない．つまり量子力学から導かれる測定量の関係式をすべて矛盾なく満たす物理量の割り当ては不可能であり，そのような隠れた変数の理論は存在しない．

このマーミンの魔方陣の例からわかるように，問題の所在は一つの同時測定可能な組だけでなく，複数の組に対して同時にすべての物理量に整合的な測定値を割り当てようとしたことにある．物理量Aを共有する2つの同時測定可能な物理量の組$S=\{A, B, C, \cdots\}$と$S'=\{A, B', C', \cdots\}$があったとき，量子力学としては同一の組に属する演算子は互いに可換であるが，別の組の属するもの同士はその限りではない（例えば$[\hat{B}, \hat{B}']\neq 0$）．従って一般にはこれらの2組$S, S'$の測定の設定状況は異なることになるが，そのような測定の状況に関わりなく，物理量Aに同一の測定値$A(\lambda)$を割り当てることはできないこと—物理量の**状況依存性**—を示したのがコッヘン・スペッカー定理であった．この状況依存性は，どのような隠れた変数の理論も避けられない厳しい掟である．

しかしながら，この掟によってもなお隠れた変数の理論を否定するには至らないとベルは見る．異なる実験設定によって測定される組S, S'は，そもそも同時に物理量が測定できないのだから，それらに共通する物理量Aが同一の測定値を持たねばならない道理はない．対象系の振舞いと測定器との相互作用との峻別が不可能であるとしたボーアの言説を利用して，ベルは「柔道のような」捌き[29]で隠れた変数の理論をその死の淵から救済したのである．

このことは，ベル不等式における彼の狙いがどこにあるかを物語る．実在の状況依存性がボーアの主張するような測定値の測定過程への依存性の結果だとしても，もし測定の設定変更を測定対象から遠く離れたところで行うならば，その影響は及ばず状況依存性は現れないのではないか．言い換えれば，局所的な状況依存性は避けられないとしても，非局所的な状況依存性は避けられるのではないか．実のところ，この考察を具体化したものが前に述べたベル局所性の前提であり，そこから導かれた物理量の相関への条件が，ベル不等式なのであった．従ってベル不等式の破れは，物理量の状況依存性が局所的な実験設定の変化に起因するのではなく，実在の全体論的な性質に依るものだということを示唆することになる．ボーアがEPR論文の反論で用いた「意味論的擾乱」の内容を，物理的な観点からあらためて考え直す時期に来ているのかも知れない．

7.　おわりに

ベルは学生時代より量子力学のコペンハーゲン解釈に不信感を持ち，1952年のボームの隠れた変数の理論[30]が実際に量子力学の結果を再現できるという事実を知っていた．隠れた変数の理論を否定したフォン・ノイマンの定理（英訳版の出版は1955年）の不備に直ちに気づいたのは，そのためである．但しボームの理論には非局所性の問題があったから，彼はそれが避けられないものかどうかを探った．そしてその考察を2本の論文にまとめたのが，今からちょうど半世紀前の1964年なのであった．アインシュタインの立場に理解を示したベルであったが，彼のベル定理とその実験的検証が，結果的にアインシュタインの想定した局所性や実在性に大きな疑問を投げかけることになったのは皮肉である．しかしこれは，彼の仕事が量子力学の根幹に鋭利な解剖のメスを入れ，その深奥を覗いた結果であった．

この稿ではベル不等式の意義を歴史的な背景とともに述べたが，量子力学の基礎に関する研究は，とりわけ1990年のベルの死後，量子情報科学の進展とともに一気に拡大し，現在でもその進展は著しいものがある．その中で，局所実在性や波動関数の解釈など，ベルの採り上げた問題の延長上にあるものとしては，非決定性に関する自由意志定理，[31] 波動関数の実在論的解釈に関するPBR定理，[32] 新たな実在量としての弱値や弱測定[33]などが挙げられよう．もしベルが存命ならば，彼の孤独な考えを公表した半世紀前を回顧して，どのような感慨を抱くだろうか．懐かしいアイルランド訛を帯びた彼の呟きを，今，我々が聞くことができないのは残念である．

参考文献

1）J. S. Bell: Physics **1**（1964）195.
2）H. P. Stapp: Il Nuovo Cimento **29B**（1975）270.
3）D. Home and A. Whitaker: *Einstein's Struggles with Quantum Theory: A Re-*

appraisal（Springer, 2007）.
4）A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen: Phys. Rev. **47**（1935）777.
5）D. Bohm: *Quantum Theory*（Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1951）pp. 614.
6）N. Bohr: Phys. Rev. **48**（1935）696.
7）E. Schrödinger: Naturwissenschaften **23**（1935）807; 823; 844.
8）J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt: Phys. Rev. Lett. **23**（1969）880.
9）N. D. Mermin: Ann. NY Acad. Sci. **480**（1986）422.
10）A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger: Phys. Rev. Lett. **49**（1982）1804.
11）G. Weihs, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **81**（1998）5039.
12）M. A. Rowe, *et al.*: Nature **409**（2001）791.
13）T. Scheidl, *et al.*: PNAS **107**（2010）19708.
14）H. Sakai, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **97**（2006）150405.
15）A. Apostolakis, *et al.*（CPLEAR Collaboration）: Phys. Lett. B **422**（1998）339; F. Ambrosino, *et al.*（KLOE Collaboration）: *ibid.* B **642**（2006）315; A. Go, *et al.*（Belle Collaboration）: Phys. Rev. Lett. **99**（2007）131802.
16）J. S. Bell: *Introduction to the Hidden-Variable Question*, in "*Foundations of Quantum Mechanics*", Proc. Int. Sch. of Phys. 'Enrico Fermi', ed. B. d'Espagnat（Academic, New York, 1971）.
17）G. C. Ghirardi, *et al.*: Europhys. Lett. **6**（1988）95.
18）A. Shimony: *New aspects of Bell's theorem*, in "*Quantum Reflections*", eds. J. Ellis and D. Amati（Cambridge Univ. Press, 2000）.
19）A. J. Leggett: Found. Phys. **33**（2003）1469.
20）E. Wigner: Am. J. Phys. **8**（1970）1005.
21）D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony and A. Zeilinger: Am. J. Phys. **58**（1990）1131.
22）L. Hardy: Phys. Rev. Lett. **68**（1992）2981.
23）K. Yokota, T. Yamamoto, M. Koashi and N. Imoto: New Journ. Phys. **1**（2009）033011.
24）J. S. Bell: Rev. Mod. Phys. **38**（1966）447.
25）J. von Neumann: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*（Julius Springer-Verlag, Berlin, 1932）.
26）A. Gleason: J. Math. Mech. **6**（1957）885.
27）S. Kochen and E. P. Specker: Journ. Math. Mech. **17**（1967）59.
28）N. D. Mermin: Rev. Mod. Phys. **65**（1993）803.
29）R. Jackiw and A. Shimony: Phys. Perspect. **4**（2002）78.
30）D. Bohm: Phys. Rev. **85**（1952）166; 180.
31）J. H. Conway and S. Kochen: Found. Phys. **36**（2006）1441; Notices of the AMS **56**（2009）226.
32）M. F. Pusey, J. Barrett and T. Rudolph: Nat. Phys. **8**（2012）475.
33）Y. Aharonov, S. Popescu and J. Tollaksen: Phys. Today, November（2010）27.

著者紹介

筒井　泉氏：　専門は素粒子論，量子力学基礎論．最近は弱値や弱測定など，量子力学の新しい物理量の概念に興味を持つ．趣味は下町の徘徊．饅頭と芸者が嫌い．

（2014年4月1日原稿受付）

Bell's Inequality: Its Significance in Physics and Recent Ramifications

Izumi Tsutsui

abstract:　The significance of Bell's Inequality and Bell's Theorem in physics is reviewed, along with its historical background and recent ramifications. Bell's Inequality allows us to examine if Einstein's viewpoint, presented in the EPR paper and modeled into a local realistic hidden variable theory by Bell, is tenable against experimental verifications. Some of the prominent experiments are mentioned featuring possible loopholes and expansion in the scope of the tests. The observed violation of Bell's Inequality suggests that the physical reality, if granted, must be contextual and vulnerable to the influence of other parties even if they are remotely located.